

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۰ -، علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ -، مهندسی برق گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵ -

۱- یک دستگاه معادلات خطی همگن  $n$  متغیره:

۱. جواب نابدیهی دارد. ۲. جواب بدیهی دارد.  
۳. بی نهایت جواب دارد. ۴. با شرط  $n$  معادله جواب دارد.

۲- یک دستگاه همگن از معادلات خطی که تعداد متغیرهایش بیشتر از معادلات است، دارای ..... است.

۱. یک جواب صفر ۲. دو جواب مساوی  
۳. تعداد بسیاری جواب ۴. یک جواب منحصر بفرد

۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  باشد. در این صورت  $A^2 - 3B$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} 1 & 19 \\ 15 & 19 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

۴- کدام ماتریس زیر یک ماتریس پوچ توان است؟

۱.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۲.  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$  ۳.  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  ۴.  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۵- اگر  $A \in R^{n \times n}$  و  $A^5 = I$  آنگاه:

۱.  $A$  پوچ توان است ۲.  $A$  خود توان است ۳.  $\det(A) = 1$  ۴.  $\det(A) = 5$

۶- در معادله  $\begin{vmatrix} x & x+1 \\ -1 & x-2 \end{vmatrix} = 7$ ،  $x$  برابر است با:

۱.  $x = -1$  یا  $x = -2$  ۲.  $x = 1$  یا  $x = 3$  ۳.  $x = 3$  یا  $x = -2$  ۴.  $x = 2$  یا  $x = -1$

۷- اگر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} a+1 & -1 & 1 \\ 0 & a & 2 \\ 0 & 0 & a-1 \end{bmatrix}$  معکوس پذیر باشد، آن گاه کدام گزینه در مورد  $a$  درست است؟

۱.  $a \neq 0$  ۲.  $a \neq 1$  ۳.  $a \neq -1$  ۴. هر سه مورد

تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰، تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ -، علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ -، مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵

۸- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر  $A$  ماتریس مربعی متقارن باشد آنگاه  $adj(A)$  پاد متقارن است.
۲. اگر  $A$  ماتریسی معکوس پذیر و بالا مثلثی باشد آنگاه  $A^{-1}$  نیز بالا مثلثی است.
۳. اگر  $A$  یک ماتریس مثلثی معکوس پذیر باشد آنگاه تمام درایه های قطرش صفرند.
۴. اگر  $A^{-1} = A^t$  آنگاه  $|A| = 0$ .

۹- نرم بردار  $v = (3, 0, 1, 4)$  در  $\mathbb{R}^4$  کدام است؟

۱.  $\sqrt{10}$
۲.  $\sqrt{15}$
۳.  $\sqrt{20}$
۴.  $\sqrt{26}$

۱۰- فرض کنید تبدیل خطی  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  تعریف شده توسط ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  باشد. تصویر  $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  کدام

است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 7 \\ 8 \\ 7 \end{bmatrix}$
۲.  $\begin{bmatrix} 8 \\ 7 \\ 8 \end{bmatrix}$
۳.  $\begin{bmatrix} 8 \\ -7 \\ 8 \end{bmatrix}$
۴.  $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

۱۱- فاصله بین نقاط  $x = (1, -2, 3, 0)$  و  $y = (4, 0, -3, 5)$  در  $\mathbb{R}^4$  برابر است با:

۱. ۴
۲.  $\sqrt{74}$
۳.  $\sqrt{75}$
۴.  $\sqrt{73}$

۱۲- کدام یک از مجموعه های زیر، زیر فضایی از  $\mathbb{R}^3$  است؟

۱. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, a^2, b)$ .
۲. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, a, a+4)$ .
۳. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, a, b^2)$ .
۴. مجموعه بردارهایی به فرم  $(a, 0, 0)$ .

۱۳- تصویر بردار  $v = (6, 7)$  روی بردار  $u = (1, 4)$  کدام است؟

۱.  $(2, 8)$
۲.  $(4, 6)$
۳.  $(8, 2)$
۴.  $(6, 4)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ -، علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ -، مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵

۱۴- اگر  $A, B$  ماتریس های متشابه باشند، کدام گزینه درست نیست؟

۱.  $|A| = |B|$       ۲.  $A^{-1} = B^{-1}$

۳.  $tr(A) = tr(B)$       ۴.  $rank(A) = rank(B)$

۱۵- مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  عبارتند از:

۱. ۱ و ۱      ۲. ۲ و ۱      ۳. ۲ و -۱      ۴. ۲ و -۲

۱۶- بعد هسته تبدیل خطی  $T$  تعریف شده توسط ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱. ۰      ۲. ۱      ۳. ۲      ۴. ۳

۱۷- اگر تبدیل خطی  $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  با ضابطه  $T(x, y) = (x - y, 3y + 2x)$  باشد. در این صورت اثر ماتریس  $T$  کدام است؟

۱. -۶      ۲. ۱      ۳. ۴      ۴. ۶

۱۸- فرض کنید  $f(x) = 3x - 2$  و  $g(x) = x$  باشد، در این صورت  $\langle f, g \rangle$  برابر است با:

۱. ۱      ۲. ۳      ۳. ۰      ۴. ۲

۱۹- بردارهای  $u = (2+3i, -1+5i)$  و  $v = (1+i, -i)$  را در  $\mathbb{C}^2$  در نظر بگیرید. در این صورت  $d(u, v)$  کدام است؟

۱.  $\sqrt{32}$       ۲.  $\sqrt{42}$       ۳.  $\sqrt{52}$       ۴.  $\sqrt{62}$

۲۰- تبدیل خطی  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$  تعریف شده به صورت زیر به روی بردارهای پایه از  $\mathbb{R}^3$  در نظر بگیرید.  $T(1, -2, 3)$  کدام است؟

$T(0, 0, 1) = (3, 0)$        $T(0, 1, 0) = (2, 1)$        $T(1, 0, 0) = (3, -1)$

۱.  $(8, -3)$       ۲.  $(-3, 8)$       ۳.  $(-3, -8)$       ۴.  $(-8, -3)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵

### سوالات تشریحی

- ۱- فرض کنید  $A$  یک ماتریس مربعی باشد به طوری که  $A A^t = 0$ . نشان دهید  $A = 0$ . ۱.۴۰ نمره
- ۲- قضیه نامساوی کوشی-شوارتز را بیان و ثابت کنید. ۱.۴۰ نمره
- ۳- ثابت کنید مجموعه  $U$  متشکل از ماتریس های قطری  $2 \times 2$  یک زیرفضای فضای برداری  $M_{22}$  می باشد. ۱.۴۰ نمره
- ۴- چند جمله ای مشخصه، مقادیر ویژه و فضاهای ویژه متناظر با ماتریس زیر را به دست آورید. ۱.۴۰ نمره
- $$\begin{bmatrix} 5 & -7 & 7 \\ 4 & -3 & 4 \\ 4 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$
- ۵- فرم عملگر خطی  $T(x, y) = (3x + y, x + 3y)$  روی  $\mathbb{R}^2$  را در نظر بگیرید. یک نمایش ماتریسی قطری برای  $T$  پیدا کنید. برای این نمایش، پایه را تعیین کنید. ۱.۴۰ نمره

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت كليد
۱	ب	عادي
۲	ج	عادي
۳	ب	عادي
۴	د	عادي
۵	ج	عادي
۶	ج	عادي
۷	د	عادي
۸	ب	عادي
۹	د	عادي
۱۰	ب	عادي
۱۱	ب	عادي
۱۲	د	عادي
۱۳	الف	عادي
۱۴	ب	عادي
۱۵	ج	عادي
۱۶	ب	عادي
۱۷	د	عادي
۱۸	ج	عادي
۱۹	ب	عادي
۲۰	الف	عادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - علوم کامپیوتر، ریاضیات و کاربردها، آمار و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق  
گرایش کنترل، مهندسی صنایع، مهندسی برق - گرایش مخابرات ۱۱۱۱۴۳۵ -

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- فرض کنیم  $A = (C_{ij})$ . بنابراین برای هر  $i$  که  $1 \leq i \leq n$  داریم  $C_{ii} = 0$ . در نتیجه

$C_{i1}^2 + C_{i2}^2 + \dots + C_{in}^2 = 0$  اما  $C_{ij}^2 \geq 0$  برای هر  $1 \leq i \leq n$  و هر  $1 \leq j \leq n$ . در نتیجه  $C_{ij} = 0$  برای هر

$1 \leq i \leq n$  و هر  $1 \leq j \leq n$ . یعنی  $A=0$ .

نمره ۱.۴۰

۲- صفحه ۲۱۶ کتاب قضیه ۴-۴-۵

نمره ۱.۴۰

۳- فصل ۵- صفحه ۲۶۹- مثال ۵-۶-۴

نمره ۱.۴۰

۴- صفحه ۳۹۱

نمره ۱.۴۰

۵- مثال ۷-۱۵-۱- صفحه ۴۴۵ از کتاب چاپ شده.