

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض هندسه)، ریاضی محض- جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض- زمینه گراف و ترکیبات جبری (۱۱۱۱۳۷۰)

- اگر  $X = N$  و  $\tau$  توپولوژی متمم متناهی در  $X$  باشد آنگاه به ازای هر  $n \in N$ ، مجموعه  $N_n = \{1, 2, 3, \dots, n\}$  دارای کدام یک از خواص زیر است؟

۱. باز است.

۲. بسته است.

۳. هم باز و هم بسته است.

- اگر  $X$  مجموعه ای دلخواه و  $S$  گردایه متشکل از همه زیرمجموعه های متناهی  $X$  باشد در این صورت  $S$  کدام یک از توپولوژیهای زیر را تولید می کند؟

۱. توپولوژی گسسته

۲. توپولوژی متمم متناهی

- فرض کنید  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک و  $A \subseteq X$ . در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱.  $Ext(X) = X$  .  
۲.  $Ext(\phi) = \phi$  .  
۳.  $Ext(A) = A$  باز است  
۴.  $A \cap Ext(A) \neq \phi$

- فرض کنید  $X$  یک فضا و  $A$  زیرمجموعه ای از  $X$  باشد. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $Int(\phi) = \phi$  .  
۲.  $Int(A) = A$  باز است  
۳.  $Int(A) = Int(Int(A))$  مجموعه ای باز است

- اگر  $(X, d)$  یک فضای متری و  $A$  و  $B$  دو زیرمجموعه غیرخالی  $X$  باشند در این صورت

۱. اگر  $d(A)$  متناهی باشد آنگاه  $A$  نیز مجموعه متناهی است.

۲.  $d(A) = \sup\{d(x, y) | x \in A, y \in B\}$

۳.  $d(x, A) = 0 \Leftrightarrow x \in A$

۴.  $A \cap B \neq \phi \Leftrightarrow d(A, B) = 0$

- اگر  $X$  فضای توپولوژیکی گسسته و  $A \subseteq X$  باشد در این صورت توپولوژی زیرفضایی در  $A$  کدام گزینه است؟

۱. گسسته است.  
۲. متمم شمارا است.  
۳. متمم متناهی است.  
۴. ناگسسته است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

وشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض- جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض- زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۳۷۰

- ۷- پیوستگی یک تابع نسبت به کدام یک از خواص زیر بستگی ندارد؟

۱. ضابطه تابع
۲. توپولوژی های حوزه تعریف تابع
۳. توپولوژی های حوزه مقادیر تابع

- ۸- کدام گزینه درست است؟

۱. خواص بازویسته بودن توابع وابسته همدیگرند.
۲. هر تابع بریک فضای دلخواه بروی یک فضای ناگسته هم باز و هم بسته است.
۳. هر تابع بریک فضای گسته بتوی یک فضای دلخواه هم باز و هم بسته است.
۴. اگر تابع  $f : X \rightarrow Y$  تناظریک به یک باشد در این صورت باز است اگر و تنها اگر بسته باشد.

- ۹- اگر  $(X, \tau)$  و  $(Y, S)$  دو فضای توپولوژیک و  $f : X \rightarrow Y$  پوشاباشد آنگاه کدام گزینه درست است؟

$$\text{درشتترین توپولوژی در } Y \text{ است که نسبت به آن } f \text{ پیوسته است.} \quad ۱. \quad \left\{ V \subseteq Y \mid f^{-1}[V] \in \tau \right\}$$

$$\text{ظریفترین توپولوژی در } X \text{ است که نسبت به آن } f \text{ پیوسته است.} \quad ۲. \quad \left\{ f^{-1}[V] \mid V \in S \right\}$$

$$\text{اگر } f \text{ پیوسته و باز باشد آنگاه} \quad ۳. \quad S = \left\{ V \subseteq Y \mid f^{-1}[V] \in \tau \right\}$$

$$\text{اگر } f \text{ هم بسته و هم باز باشد آنگاه} \quad ۴. \quad S = \left\{ V \subseteq Y \mid f^{-1}[V] \in \tau \right\}$$

- ۱۰- اگر  $(X, \tau)$  یک فضای توپولوژیک و  $\sim$  یک رابطه هم ارزی در  $X$  باشد آنگاه کدام گزینه مغایر با بقیه گزینه ها است؟

۱. هر دسته هم ارزی در  $X$  باز است.
۲. هر دسته هم ارزی در  $X$  گسته است.
۳. هر زیرمجموعه اشباع شده  $X$  باز است.
۴. هر زیرمجموعه اشباع شده  $X$  گسته است.

- ۱۱- فرض کنید  $X$  یک مجموعه و  $\tau$  یک توپولوژی در آن باشد در چه حالتی فضای توپولوژیک  $(X, \tau)$  فشرده است؟

۱.  $X$  متناهی باشد.
۲.  $\tau$  توپولوژی متمم شمارا در  $X$  باشد.
۳.  $\tau$  توپولوژی گسته در  $X$  باشد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ - ، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض- جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض- زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۱۳۷۰

۱۲- کدام گزینه در فضاهای توپولوژیکی همواره برقرار نیست؟

۱. زیرمجموعه های بسته یک فضای فشرده ، فشرده اند.
۲. حاصلضرب دو فضای فشرده ، فشرده است.
۳. فضاهای فشرده ، موضعاً فشرده اند.

۱۳- کدام گزینه درست است؟

۱. هر فضای متری کامل ، فشرده است.
۲. هر فضای متری کراندار، کراندار است.
۳. هر فضای متری کراندار، کلاً کراندار است.

۱۴- کدام یک از فضاهای زیر موضعاً فشرده است؟

۱. مجموعه اعداد گویا
۲. فضاهای توپولوژیک متمم شمارا
۳. فضاهای توپولوژیک گسسته

۱۵- اگر  $X$  فضای توپولوژیکی ناهمبند باشد آنگاه

۱.  $X$  فاقد جداسازی است.
۲. به صورت اجتماعی از دو زیرمجموعه غیرخالی بسته و جدا از هم خودش می باشد.
۳. تنها زیرمجموعه های  $X$  که در عین حال باز و بسته اند، عبارتند از  $X$  و  $\emptyset$
۴. به ازای هر زیرمجموعه واقعی و غیر خالی  $X$  مانند  $A$ ،  $\partial(A) \neq \emptyset$

۱۶- در یک فضای موضعاً همبند هر مولفه

۱. هم باز و هم بسته است
۲. فقط بسته است
۳. فقط باز است
۴. نه باز و نه بسته است

۱۷- اگر فضای  $X$  در اولین اصل شمارایی صدق کند در چه صورتی شمارای دوم نیز است؟

۱.  $X$  شمارا باشد.
۲.  $X$  همبند باشد.
۳.  $X$  فشرده باشد.
۴.  $X$  بسته باشد.

۱۸- کدام یک از فضاهای زیر در اصل شمارای دوم صدق می کند؟

۱. فضای متمم شمارای  $X$ ، که در آن  $X$  ناشماراست.
۲. فضای متمم متناهی  $X$ ، که در آن  $X$  شماراست.
۳. فضای  $R_1$  (فضای  $R_1$  با توپولوژی حد پایینی)

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵

**عنوان درس :** توپولوژی عمومی

**وشته تحصیلی / گد درس :** ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی محض - جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض - زمینه گراف و ترکیبات جبری ۱۱۱۱۳۷۰

- ۱۹- کدام یک از فضاهای توپولوژیک زیر  $T_2$  می باشد؟

۱. فضای متمم شماری  $X$ ، که در آن  $X$  ناشماراست.

۲. فضای  $R$  با توپولوژی معمولی

۳. فضای  $\{x\}$  - نا شامل

- ۲۰- فرض کنید  $X$  یک فضای  $T_1$  باشد. کدام گزینه درست است

۱. هر زیر مجموعه  $X$  بسته است

۲. توپولوژی  $X$  توپولوژی متمم متناهی است.

۳. هر زیر مجموعه  $X$  بسته است

۴.  $X$  یک فضای هاوسدورف است.

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره - فرض کنیم  $X$  و  $Y$  دو فضا و تابع  $f: X \rightarrow Y$  یک تناظر ۱-۱ باشد ثابت کنید گزاره های زیر دو به دو معادلنده

الف)  $f$  باز است.      ب)  $f$  پیوسته است.      ج)  $f^{-1}$  پیوسته است.

۱.۴۰ نمره - ثابت کنید هر زیر مجموعه  $i$  فشرده از یک فضای هاوسدورف بسته است

۱.۴۰ نمره - اگر  $X$  یک فضای توپولوژیک و  $A \subseteq X$  باشد ثابت کنید  
 $X - Int(A) = \overline{X - A}$       ب)  $X - \overline{A} = Int(X - A)$       الف)

۱.۴۰ نمره - فرض کنیم  $Y$  زیر فضایی از فضای  $X$  باشد. در این صورت هرگاه  $V$  در  $Y$  و  $Y$  در  $X$  باز باشد آنگاه  $V$  در  $X$  باز است.

۱.۴۰ نمره - اگر  $X$  و  $Y$  دو فضا بطوریکه  $X$  تفکیکپذیر و  $f: X \rightarrow Y$  تابعی پیوسته بر  $X$  بروی  $Y$  باشد ثابت کنید  $Y$  نیز تفکیکپذیر است.

السؤال	شهر	ماسخ صحيح	وضعية كليد
١		ب	عادي
٢		الف	عادي
٣		ج	عادي
٤		د	عادي
٥		ب	عادي
٦		الف	عادي
٧		د	عادي
٨		د	عادي
٩		ج	عادي
١٠		ج	عادي
١١		الف	عادي
١٢		ب	عادي
١٣		د	عادي
١٤		ج	عادي
١٥		ب	عادي
١٦		الف	عادي
١٧		الف	عادي
١٨		ب	عادي
١٩		د	عادي
٢٠		ج	عادي

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۵ -، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض هندسه)، ریاضی محض- جبر (زمینه گراف و ترکیبات جبری)، ریاضی محض- زمینه گراف و ترکیبات جبری (۱۱۱۱۳۷۰)

### سوالات تشریحی

نمره ۱،۴۰

۱- قضایای ۲،۲،۴ صفحه ۹۶ و ۸،۲،۴ صفحه ۱۰۰

نمره ۱،۴۰

۲- قضیه ۱۰،۱،۵ صفحه ۱۲۸

نمره ۱،۴۰

۳- قضیه ۵،۴،۲ صفحه ۳۶-۳۷

نمره ۱،۴۰

۴- قضیه ۴،۲،۳ صفحه ۵۲

نمره ۱،۴۰

۵- قضیه ۸،۱،۷ صفحه ۲۰۷