

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱) -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) -، آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر X تعداد شیرهایی باشد که در چهار پرتاب یک سکه ی همگن به دست می آیند، توزیع احتمال $Y = \frac{1}{1+X}$ برابر است با:

۱.

y	0	1	2	3	4
$p(Y=y)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

۲.

y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$p(Y=y)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

۳.

y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
$p(Y=y)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

۴.

y	0	1	2	3	4
$p(Y=y)$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$

۲- اگر $f(x)$ مقدار تابع توزیع متغیر تصادفی پیوسته ی X به ازای x باشد، برای $Y = F(X)$ ، $\frac{dy}{dx}$ برابر است با:

۱. ۱ ۲. $\frac{1}{f(x)}$ ۳. $f(x)$ ۴. $F(x)$

۳- اگر X_1, X_2 متغیرهای مستقلی باشند که توزیع های پواسن با پارامترهای λ_1, λ_2 دارند، توزیع احتمال متغیر تصادفی $Y = X_1 + X_2$ چیست؟

۱. توزیع پواسن با پارامتر $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ ۲. توزیع دوجمله ای $n, \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$

۳. توزیع هندسی با پارامتر λ ۴. توزیع خاصی ندارد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴)

۴- اگر $M_X(t) = (1 - \frac{3}{4}t)^{-10}$ باشد، X دارای چه توزیعی است؟

۱. توزیع پواسن $\lambda = \frac{3}{4}$

۲. توزیع نرمال $(10, \frac{3}{4})$

۳. توزیع گاما $(10, \frac{3}{4})$

۴. توزیع نمایی $\lambda = \frac{3}{4}$

۵- به ازای هر ثابت مثبت c ، احتمال اینکه \bar{X} مقداری بین $\mu - c, \mu + c$ اختیار کند، حداقل چقدر است؟

۱. $\frac{\sigma^2}{nc}$

۲. $\frac{\sigma^2}{nc^2}$

۳. $1 - \frac{\sigma^2}{nc}$

۴. $1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}$

۶- اگر X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، آنگاه $\sum_{i=1}^4 X_i^2$ دارای چه توزیعی است؟

۱. $\chi^2_{(1)}$

۲. $\chi^2_{(4)}$

۳. $N(4, 1)$

۴. $N(0, 1)$

۷- اگر U, V متغیرهای تصادفی مستقلی باشد که توزیع های v_1, v_2 درجه آزادی باشند، آنگاه کدامیک از توابع زیر دارای توزیع F_{v_1, v_2} می باشد؟

۱. $\frac{v_1 U}{v_2 V}$

۲. UV

۳. $\frac{U/v_1}{V/v_2}$

۴. $\frac{U}{V}$

۸- برای $v_2 > 2$ میانگین توزیع F با v_1, v_2 درجه آزادی برابر است با:

۱. $\frac{v_1}{v_2 - 2}$

۲. $\frac{v_1}{v_1 - 2}$

۳. $\frac{v_2}{v_1 - 2}$

۴. $\frac{v_2}{v_2 - 2}$

۹- اگر یک نمونه تصادفی تایی از جامعه ای نامتناهی باشد، آنگاه آماره های ترتیبی این نمونه تصادفی ...

۱. تشکیل یک نمونه تصادفی را می دهند.

۲. فقط مستقل هستند.

۳. مستقل و هم توزیع نیستند.

۴. فقط هم توزیع هستند.

۱۰- کران پایین کرامر رانو برای میانگین جامعه نرمال با واریانس σ^2 برابر است با:

۱. $\frac{n}{\sigma^2}$

۲. $\frac{\sigma^2}{n}$

۳. σ^2

۴. $\frac{1}{\sigma^2}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۱۱- آماره ی $\hat{\theta}$ یک برآورد کننده سازگار پارامتر θ است اگر و تنها اگر ...

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p(|\hat{\theta} - \theta| < c) = 1, c \quad .1$$

به ازای هر ثابت مثبت

$$E(\hat{\theta}) = \theta \quad .2$$

$$\text{var}(\hat{\theta}) = \frac{1}{nE\left(\frac{\partial \ln f(x)}{\partial \theta}\right)^2} \quad .3$$

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n | \hat{\theta}) = \frac{f(x_1, x_2, \dots, x_n)}{g(\hat{\theta})} \quad .4$$

۱۲- اگر از \bar{X} ، میانگین نمونه ای تصادفی به اندازه ی n از جامعه ای نرمال با واریانس معلوم σ^2 به عنوان یک برآورد کننده

ی میانگین جامعه استفاده شود، احتمال اینکه قدرمطلق مقدار خطا کمتر از $z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ باشد برابر است با:

$$\alpha \quad .1 \quad 1 - \alpha \quad .2 \quad \alpha/2 \quad .3 \quad 1 - \alpha/2 \quad .4$$

۱۳- در یک نمونه تصادفی به حجم $n = 400$ از خانوارهای ساکن در شهر تهران مشخص شد که ۸۰ خانوار دارای اتومبیل هستند. فاصله اطمینان ۹۵٪ برای نسبت واقعی خانوارهای ساکن در شهر تهران که دارای اتومبیل هستند، کدام است؟

$$(0.16, 0.24) \quad .1 \quad (0.18, 0.22) \quad .2 \quad (0.14, 0.26) \quad .3 \quad (0.15, 0.25) \quad .4$$

۱۴- فاصله اطمینان $(1 - \alpha)$ درصدی برای نسبت واریانس دو جامعه با فرض نرمال بودن جوامع، عبارتست از:

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{1}{f_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{1}{f_{\alpha/2, n_2-1, n_1-1}} \quad .1$$

$$\frac{1}{f_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{1}{f_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1}} \quad .2$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{1}{f_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1} \quad .3$$

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \frac{1}{f_{\alpha/2, n_1-1, n_2-1}} \leq \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \leq \frac{s_1^2}{s_2^2} f_{1-\alpha/2, n_1-1, n_2-1} \quad .4$$

۱۵- خطای نوع دوم وقتی رخ می دهد که:

۰۱ فرض غلط H_0 را رد می کنیم.

۰۲ فرض غلط H_0 را بپذیریم.

۰۳ فرض درست H_1 را بپذیریم.

۰۴ فرض غلط H_1 را رد کنیم.

سری سوال: ۱: یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۷۰۲۱) - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۷۰۷۸) - آموزش ریاضی ۱۱۷۱۴۴

۱۶- کدام یک از فرض های زیر مرکب است؟

۱. متغیر تصادفی دارای توزیع پواسن با $\lambda = 1.25$

۲. متغیر تصادفی دارای توزیع نرمال با $\sigma^2 = 16, \mu = 100$

۳. متغیر تصادفی دارای توزیع دو جمله ای $10, \frac{1}{2}$

۴. متغیر تصادفی دارای توزیع نرمال با $\mu = 100$

۱۷- در نظریه ی نیمن پیرسن - آزمون های آماری α ، یعنی احتمال خطای نول اول، را ثابت می گیریم. این مستلزم اینست که:

۱. H_0 فرض ساده ای باشد.

۲. H_0 فرض مرکب باشد.

۳. آماره آزمونی که انتخاب می کنیم خطای نوع دوم را ماکسیمم کند.

۴. آماره آزمونی که انتخاب می کنیم توان آزمون را مینیمم کند.

۱۸- آزمون برابری میانگین های دو جامعه نرمال مستقل با واریانس های برابر، نتایج زیر از نمونه های انتخاب شده از این دو جامعه به دست آمده اند:

جامعه اول: $n_1 = 18, \bar{x}_1 = 170, s_1^2 = 15$

جامعه دوم: $n_1 = 18, \bar{x}_1 = 153, s_1^2 = 17$

مقدار آماره آزمون برابر است با:

۴. $\frac{17}{4}$

۳. $\frac{34\sqrt{2}}{3}$

۲. $\frac{17\sqrt{17}}{4}$

۱. 12.75

۱۹- متناظر با مقداری مشاهده شده از یک آماره ی آزمون، p-مقدار عبارتست از:

۱. بالاترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را در آن رد کرد.

۲. پایین ترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را در آن رد کرد.

۳. بالاترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را پذیرفت.

۴. پایین ترین سطح معنی دار بودن است که می توان فرض صفر را پذیرفت.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ - ، آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

۲۰- متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با واریانس $\sigma^2 = 18$ است. برای یک نمونه تصادفی 5 تایی با واریانس $s^2 = 20.2$ ، کدام یک از گزینه های زیر در سطح احتمال $(\alpha = 0.05)$ صحیح است؟
مقادیر جدول $\chi_{0.025,2}^2 = 11.1$ و $\chi_{0.975,4}^2 = 0.484$

۱. H_0 را رد می کنیم.
۲. H_0 را نمی توانیم رد کنیم.
۳. H_1 رد نمی شود.
۴. H_1 را می پذیریم.

۲۱- مدیر یک بانک ادعا کرده است که 50 درصد مشتریان او علاوه بر حساب پس انداز، دارای حساب های دیگری نیز هستند. در نمونه ای به حجم 100، 45 درصد مشتریان حساب های دیگر داشته اند. مقدار آماره آزمون برابر است با:

۱. -10 ۲. 1 ۳. 10 ۴. -1

۲۲- برای آزمون استقلال سطوح A, B از دو متغیر در یک آزمایش، جدول توافقی زیر حاصل شده است. مقدار آماره ی آزمون برابر است با:

	B	
A	B_1	B_2
	A_1	۳۰
	A_2	۲۰
	۲۰	۳۰

۱. 20 ۲. 5 ۳. 4 ۴. 0.8

۲۳- به منظور همبستگی بین دو متغیر تصادفی X (بازده کار کارگران) و Y (سابقه کار کارگران) در یک کارگاه تولیدی کفش در شغل معینی، نمونه ای به حجم $n = 10$ انتخاب شده و بر اساس نتایج مشاهدات در نمونه کمیت های زیر به دست آمده است. $\hat{\beta}, \hat{\alpha}$ برابرند با:

$$\sum x_i y_i = 160, \sum x_i = 40, \sum x_i^2 = 180, \sum y_i = 30, \sum y_i^2 = 234$$

۱. $\hat{\beta} = 2, \hat{\alpha} = -5$ ۲. $\hat{\beta} = 2, \hat{\alpha} = 0$ ۳. $\hat{\beta} = 3, \hat{\alpha} = 4$ ۴. $\hat{\beta} = 0, \hat{\alpha} = 3$

۲۴- آماره آزمون فرضیه برابری واریانس یک جامعه با عددی خاص، دارای کدام توزیع است؟

۱. F ۲. t ۳. χ^2 ۴. Z

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی ۱۱۷۱۴۴)

۲۵- اگر X_1, X_2, \dots, X_n مقادیر یک نمونه تصادفی از جامعه ای نمایی باشند. برآورد درست‌نمایی ماکسیمم پارامتر β برابر است با:

۱. $\frac{1}{\bar{X}}$ ۲. \bar{X} ۳. $e^{\bar{X}}$ ۴. $\bar{X} + 1$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید X_1, X_2 دو متغیر تصادفی پیوسته باشند که چگالی احتمال توأم آن‌ها به صورت زیر باشد. چگالی احتمال توأم $W = Y, Z = X + Y$ را بیابید. ۱.۴۰ نمره

$$f(x, y) = \begin{cases} 24xy & 0 < x < 1, 0 < y < 1, x + y < 1 \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

۲- اگر نمونه ای تصادفی از جامعه ای نامتناهی که متشکل از اعداد صحیح 1 و 2 و ... و N است انتخاب شود، نشان دهید که: ۱.۴۰ نمره

الف) میانگین توزیع $\bar{X}, \frac{N+1}{2}$ است.

ب) واریانس توزیع $\bar{X}, \frac{1}{n} \frac{(N+1)(N-n)}{12}$ است.

ج) میانگین و واریانس توزیع $Y = n\bar{X}$ عبارتند از:

$$E(Y) = \frac{n(N+1)}{2}, \text{var}(Y) = \frac{n(N+1)(N-n)}{12}$$

۳- با مفروض بودن نمونه ای تصادفی به اندازه n از جامعه ای یکنواخت با $\alpha = 0$ ، برآوردکننده ای برای β به کمک روش گشتاورها به دست آورید. ۱.۴۰ نمره

۴- نمونه ای تصادفی به اندازه n از جامعه ای نمایی برای آزمون این فرض که پارامتر آن $\theta = \theta_0$ در برابر این فرض مقابل که $\theta = \theta_1 > \theta_0$ بکار می رود. از لم نیمن پیرسن استفاده کرده تواناترین ناحیه ی بحرانی به اندازه ی α را پیدا کنید. ۱.۴۰ نمره

۵- در یک نمونه تصادفی، ۴۶ تا از ۴۰۰ پیاز لاله از یک گل‌فروشی و ۱۸ تا از ۲۰۰ پیاز لاله از گل‌فروشی دوم شکوفه نکرده اند. از آماره ی χ^2 استفاده کرده فرض صفر $\theta_1 = \theta_2$ را در برابر فرض مقابل $\theta_1 \neq \theta_2$ در سطح معنی دار بودن 0.05 را آزمون کنید. ۱.۴۰ نمره

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت كليد
١	ب	عادي
٢	ج	عادي
٣	الف	عادي
٤	ج	عادي
٥	د	عادي
٦	ب	عادي
٧	ج	عادي
٨	د	عادي
٩	ج	عادي
١٠	ب	عادي
١١	الف	عادي
١٢	ب	عادي
١٣	الف	عادي
١٤	ج	عادي
١٥	ب	عادي
١٦	د	عادي
١٧	الف	عادي
١٨	الف	عادي
١٩	ب	عادي
٢٠	ب	عادي
٢١	د	عادي
٢٢	ج	عادي
٢٣	الف	عادي
٢٤	ج	عادي
٢٥	ب	عادي

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ - ، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ - ، آموزش ریاضی ۱۱۱۷۱۴۴

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

سوالات تشریحی

۱- فصل ۱ ص ۲۳	۱.۴۰ نمره
۲- فصل ۲ ص ۳۸	۱.۴۰ نمره
۳- فصل ۳ ص ۹۰	۱.۴۰ نمره
۴- فصل ۵ ص ۱۲۷	۱.۴۰ نمره
۵- فصل ۶ ص ۱۷۵	۱.۴۰ نمره