تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : یک ۱

عنوان درس : آنالیز ریاضی ۱،آنالیزریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی۱۱۱۱۲۸۶

۱- در خاصیت ارشمیدسی اعداد، اگر $x > 6$ و $y = 6x + 6$ باشد، آنگاه حداقل n کدام است؟

۱. 5 ۲. 6 ۳. 7 ۴. 8

۲- فرض کنید $A = \{p \mid p \in Q, p > 0, p^2 < 2\}$ که در آن Q مجموعه اعداد گویاست. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. A فاقد سوپریمم در $\Re$ است.
۲. A فاقد سوپریمم در Q است.
۳. A فاقد اینفیمم در Q است.
۴. A فاقد اینفیمم در $\Re$ است.

۳- فرض کنید $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$دنباله‌هایی کراندار از اعداد حقیقی باشند. کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر همواره $a_n \le b_n$ باشد، آنگاه $\underline{\lim}_{n\to\infty} a_n \le \overline{\lim}_{n\to\infty} b_n$.

۲. $\underline{\lim}_{n\to\infty} (a_n + b_n) \le \underline{\lim}_{n\to\infty} a_n + \underline{\lim}_{n\to\infty} b_n$

۳. $\overline{\lim}_{n\to\infty} (a_n + b_n) \le \overline{\lim}_{n\to\infty} a_n + \overline{\lim}_{n\to\infty} b_n$

۴. $-\overline{\lim}_{n\to\infty} a_n = \underline{\lim}_{n\to\infty} (-a_n)$

۴- فرض کنید $\{r_n\}$ دنباله اعداد گویای بازه $(0,1)$ باشد، آنگاه

۱. $\overline{\lim}_{n\to\infty} r_n = \underline{\lim}_{n\to\infty} r_n = 0$
۲. $\overline{\lim}_{n\to\infty} r_n = \underline{\lim}_{n\to\infty} r_n = 1$
۳. $\overline{\lim}_{n\to\infty} r_n = 1$ ولی حد پایین موجود نیست.
۴. $\overline{\lim}_{n\to\infty} r_n = 1, \underline{\lim}_{n\to\infty} r_n = 0$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : آنالیز ریاضی ۱،آنالیزریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی۱۱۱۱۲۸۶

۵- سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ را در نظر بگیرید. کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

۱. سری مذکور واگراست.

۲. سری مذکور همگراست و مقدار سری برابر با e است.

۳. سری مذکور همگراست و مقدار سری برابر با $e-1$ است.

۴. سری مذکور همگراست و مقدار سری برابر با $\frac{1}{e}$ است.

۶- سری نامنفی $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ را در نظر بگیرید. کدام گزاره نادرست است؟

۱. اگر $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد، آنگاه دنباله $\{na_n\}$ همگرا به صفر است.

۲. اگر $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد، آنگاه دنباله $\{a_n\}$ همگرا به صفر است.

۳. اگر از مرتبه‌ای به بعد $a_n > 1$ باشد، آنگاه سری $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ واگراست.

۴. اگر $\{a_n\}$ نزولی باشد، آنگاه $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ و $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n a_{2^n}$ همرفتارند.

۷- در فضای متریک (X, d) کدام حکم برقرار نیست؟

۱. اجتماع هر خانواده شمارا از مجموعه‌های باز، مجموعه‌ای باز است.

۲. اشتراک هر خانواده شمارا از مجموعه‌های باز، مجموعه‌ای باز است.

۳. اجتماع خانواده‌ای شمارا از مجموعه‌های بسته می‌تواند مجموعه‌ای باز باشد.

۴. اشتراک هر تعداد از مجموعه‌های بسته، مجموعه‌ای بسته است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : آنالیز ریاضی ۱،آنالیزریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی۱۱۱۱۲۸۶

۸- فرض کنید (X,d) یک فضای متریک و $A \subseteq X$ باشد. $p \in A$ یک نقطه انباشتگی A است اگر

۱. هر گوی باز به مرکز p شامل نقطه‌ای از A غیر از خود p باشد.

۲. گوی بازی به مرکز p شامل نقطه‌ای از A غیر از خود p وجود داشته باشد.

۳. هر همسایگی p شامل تعداد متناهی نقطه از A باشد.

۴. برای هر دنباله مانند $\{p_n\}$ از نقاط A داشته باشیم : $\lim_{n\to\infty} p_n = p$.

۹- در فضای متریک (R,d)(مجموعه اعداد حقیقی با متر گسسته)، کدام گزینه نادرست است؟

۱. زیرمجموعه $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$ باز است.

۲. زیرمجموعه $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$ بسته است.

۳. زیرمجموعه $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$ نه باز است نه بسته.

۴. زیرمجموعه $\{\frac{1}{n} \mid n \in N\}$ هم باز است هم بسته.

۱۰- کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱. زیرمجموعه‌های فشرده فضاهای متریک، بسته‌اند.

۲. زیرمجموعه‌های بسته مجموعه‌های فشرده، فشرده‌اند.

۳. اشتراک یک زیرمجموعه بسته با یک زیرمجموعه فشرده در یک فضای متریک، همواره مجموعه‌ای فشرده است.

۴. هر زیرمجموعه دلخواه از یک فضای متریک فشرده، دارای یک نقطه انباشتگی است.

۱۱- در فضای متریک (R,d) (مجموعه اعداد حقیقی با متر معمولی یا اقلیدسی)، کدام گزینه درست است؟

۱. $Z \subset R$ در R باز است.

۲. $Q \subset R$ در R باز است ولی بسته نیست.

۳. $Q \subset R$ در R نه باز است نه بسته .

۴. $Q \subset R$

۱۲- فرض کنید $A = Z \cap [3^n, 3^{n+1}]$ که در آن Z مجموعه اعداد صحیح و $n \in N$. در این صورت

۱. A زیرمجموعه‌ای فشرده از R است.

۲. A زیرمجموعه‌ای باز از R است.

۳. $\overline{A}$ زیرمجموعه‌ای همبند از R است.

۴. $A \subseteq A^0$.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : آنالیز ریاضی ۱،آنالیزریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی۱۱۱۱۲۸۶

۱۳- فرض کنید $A=\{(r,s)\mid r,s\in Q\}$ که در آن Q مجموعه اعداد گویاست. در این صورت

۱. $\overline{A}=A, A^0=\phi$

۲. $\overline{A}=A, A^0=A$

۳. $\overline{A}=R^2, A^0=\phi$

۴. $\overline{A}=R^2, A^0=A$

۱۴- فرض کنید X و Y دو فضای متریک و $f:X\to Y$ تابعی پیوسته باشد. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

۱. اگر X فشرده باشد، آنگاه $f(X)$ بسته و کراندار است.

۲. اگر X بسته و کراندار باشد، آنگاه $f(X)$ فشرده است.

۳. اگر هر زیرمجموعه نامتناهی X حداقل یک نقطه انباشتگی داشته باشد، آنگاه $f(X)$ فشرده است.

۴. اگر X فشرده باشد، آنگاه هر زیرمجموعه نامتناهی $f(X)$ دارای حداقل یک نقطه انباشتگی است.

۱۵- فرض کنید $f:R\to R$ تابعی پیوسته باشد. آنگاه تصویر هر بازه بسته و کراندار مانند $[a,b]$،

۱. بازه‌ای بسته و کراندار است.

۲. زیرمجموعه کراندار از R است ولی در ارتباط با بسته بودن آن، نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۳. زیرمجموعه بسته‌ای از R است ولی در ارتباط با کرانداری آن، نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۴. نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۱۶- فرض کنید X و Y دو فضای متریک و $f:X\to Y$ تابعی دلخواه باشد. کدام عبارت معادل پیوستگی f نیست؟

۱. به ازای هر زیرمجموعه باز $V\subseteq Y$، مجموعه $f^{-1}(V)$ در X باز باشد.

۲. به ازای هر زیرمجموعه بسته $V\subseteq Y$، مجموعه $f^{-1}(V)$ در X بسته باشد.

۳. به ازای هر زیرمجموعه $V\subseteq Y$، داشته باشیم $f^{-1}(V^0)\subseteq (f^{-1}(V))^0$.

۴. به ازای هر زیرمجموعه $V\subseteq Y$، داشته باشیم $(f^{-1}(V))^0\subseteq f^{-1}(V^0)$.

۱۷- کدام عبارت در مورد تابع $f(x)=\begin{cases}x^2\sin\frac{1}{x}, x\neq 0\\ 0, x=0\end{cases}$ درست است؟

۱. f در صفر پیوسته است اما مشتق‌پذیر نیست.

۲. f در صفر مشتق‌پذیر است اما پیوسته نیست.

۳. f در صفر نه پیوسته و نه مشتق‌پذیر است.

۴. f در صفر هم پیوسته و هم مشتق‌پذیر است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵ | زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۶۰ تشریحی : ۶۰ | سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : آنالیز ریاضی ۱،آنالیزریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی۱۱۱۱۲۸۶

۱۸- مقدار $\lim_{x\to 0}\frac{1-\frac{x^2}{2}-\cos x}{x^4}$ برابر است با

۱. $-\frac{1}{24}$ ۲. $\frac{1}{24}$ ۳. $\frac{1}{12}$ ۴. $-\frac{1}{12}$

۱۹- فرض کنید f دارای مشتق مرتبه 6ام پیوسته بر بازه (a,b) باشد بطوریکه در نقطه‌ای مانند $c\in(a,b)$، داشته باشیم

$$f'(c)=f''(c)=\ldots=f^{(5)}(c)=0, f^{(6)}(c)>0$$

در این صورت

۱. f در نقطه c دارای ماکسیمم موضعی است.

۲. f در نقطه c دارای مینیمم موضعی است.

۳. c نقطه ماکسیمم و مینیمم موضعی نیست.

۴. در ارتباط با ماکسیمم و مینیمم بودن c، نمی‌توان اظهار نظر کرد.

۲۰- اگر $a_0+\frac{a_1}{2}+\ldots+\frac{a_n}{n+1}=0$، آنگاه در موردمعادله $a_0+a_1x^1+a_2x^2+\ldots+a_nx^n=0$ در بازه $(0,1)$ کدام گزینه درست است ؟

۱. حداقل دارای یک ریشه است.

۲. ریشه ندارد.

۳. دقیقا یک ریشه دارد.

۴. قطعا n ریشه دارد.

سوالات تشریحی

۱- نامساوی کوشی-شوارتز را در میدان اعداد مختلط بیان و اثبات کنید. ۱.۴۰ نمره

۲- آیا سری $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{n(n+1)^2}$ همگراست؟چرا؟ ۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید Vیک فضای ضرب داخلی باشد. نشان دهید به ازای هر $x,y\in V$، داریم ۱.۴۰ نمره

$$\|x+y\|\le\|x\|+\|y\|$$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

عنـــوان درس : آنالیز ریاضی ۱،آنالیزریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی۱۱۱۱۲۸۶

۴- نشان دهید تابع دیریکله تعریف شده به صورت $f(x)=\begin{cases}0, x\in Q\\ 1, x\notin Q\end{cases}$ در هیچ نقطه‌ای دارای حد نیست. ۱،۴۰ نمره

۵- فرض کنید تابع $f:(a,b)\to R$ تعریف شده باشد و $c\in(a,b)$. ۱،۴۰ نمره

الف) اگر $f'(c)=A$، نشان دهید $\lim_{n\to\infty} n\left(f(c+\frac{1}{n})-f(c)\right)=A$.

ب) آیاعکس (الف) برقرار است؟چرا؟

20file.org

شماره سوال	پاسخ صحیح	وضعیت کلید
1	ج	عادي
2	ب	عادي
3	ب	عادي
4	د	عادي
5	ج	عادي
6	الف	عادي
7	ب	عادي
8	الف	عادي
9	ج	عادي
10	د	عادي
11	ج	عادي
12	الف	عادي
13	ج	عادي
14	ب	عادي
15	الف	عادي
16	د	عادي
17	د	عادي
18	الف	عادي
19	ب	عادي
20	الف	عادي

20file.org

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

عنـــوان درس : آنالیز ریاضی ۱،آنالیزریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی۱۱۱۱۲۸۶

سوالات تشریحی

۱- فصل ۲ ص ۳۶ — ۱.۴۰ نمره

۲- مثال ص ۸۶ — ۱.۴۰ نمره

۳- قضیه ص ۱۲۶ — ۱.۴۰ نمره

۴- مثال ص ۱۴۶ — ۱.۴۰ نمره

۵- تمرین فصل ۷ — ۱.۴۰ نمره