

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۱ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۴۳۳

۱- کدامیک از نگاشتهای زیر تبدیل خطی می باشد؟

$$\begin{cases} T: R^2 \rightarrow R \\ T(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \end{cases} .\cdot ۲$$

$$\begin{cases} T: R^2 \rightarrow R \\ T(x_1, x_2) = x_1 x_2 \end{cases} .\cdot ۱$$

$$\begin{cases} T: R^2 \rightarrow R \\ T(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 3x_2^2 \end{cases} .\cdot ۴$$

$$\begin{cases} T: R^2 \rightarrow R \\ T(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 + 1 \end{cases} .\cdot ۳$$

۲- کدامیک از مجموعه های زیر باز می باشد؟

$$\{x \in R^2 : \|x\| < 1\} .\cdot ۴$$

$$\{x \in R^2 : \|x\| \geq 1\} .\cdot ۳$$

$$\{x \in R^2 : \|x\| \leq 1\} .\cdot ۲$$

$$\{x \in R^2 : \|x\| = 1\} .\cdot ۱$$

۳- کدامیک از گزاره های زیر نادرست است؟

۱. مجموعه S را فشرده گوییم هرگاه هر پوشش باز آن یک زیر پوشش شمارش پذیر داشته باشد.۲. مجموعه S را فشرده گوییم هر گاه هر پوشش باز آن یک زیر پوشش متناهی داشته باشد.

۳. هر گوی باز یا بسته در یک فضای نرمدار همواره محدب است.

۴. یک مجموعه S در R^n فشرده اگر و تنها اگر بسته و کراندار باشد.

۴- شرط لیپشیتز برای یگانگی جواب چه نوع شرطی است؟

۴. نه لازم و نه کافی

۳. کافی

۲. لازم و کافی

۱. لازم

۵- نام قضیه زیر کدام است؟

"فرض کنید تابعی چون $f(t, x)$ روی B_0 : $t_0 \leq t \leq t_0 + a$ و $\|x - x_0\| \leq b$ اعداد حقیقی مثبتی هستند، پیوسته باشد و در شرط لیپشیتز صدق کند. اگر $M = \max_{(t, x) \in B_0} \|f(t, x)\|$ و $\alpha = \min_{(t, x) \in B_0} (a, \frac{b}{M})$ در $[t_0, t_0 + \alpha]$ یک جواب یگانه دارد.

$$x' = f(t, x) \quad x(t_0) = x_0$$

۴. جی اسکولی

۳. کوشی-پنائو

۲. لیپشیتز

۱. پیکار-لیندلوف

۶- فرض کنید توابع $v, w \in C[J, R]$ در نابرابریهای $D_v(t) \leq g(t, v(t))$ و $D_w(t) > g(t, w(t))$ با شرطروی J_1 صدق کنند. در این صورت از $(t, v(t)), (t, w(t)) \in \Omega$ $v(t_0) < w(t_0)$ نتیجه می شود

$$v(t) > w(t) \quad t \in J .\cdot ۴$$

$$v(t) \geq w(t) \quad t \in J .\cdot ۳$$

$$v(t) < w(t) \quad t \in J .\cdot ۲$$

$$v(t) \leq w(t) \quad t \in J .\cdot ۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۱ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۳

-۷

اگر تابع u روی $[0, t]$ پیوسته و نامنفی باشد و در نامساوی
صدق کنند. آنگاه کدام گزینه روی این درست است؟

۱. $u(t) \leq te^{t^2}$

۲. $u(t) \leq te^{2t^2}$

۳. $u(t) \leq t + e^{2t^2}$

۴. $u(t) \leq t + e^{t^2}$

-۸ کدامیک گزینه درست است؟

۱. هر تابع پیوسته یک تابع انقباض می باشد.

۲. هر تابع پیوسته روی یک فضای باناخ یک نقطه ثابت دارد.

۳. هر تابع انقباض یک تابع پیوسته است.

۴. هر تبدیل خطی انقباضی می باشد.

-۹ کدام گزینه نادرست است؟

۱. ماتریس‌های متشابه چند جمله‌ای مشخصه یکسانی دارند.

۲. هر ماتریس مربعی $n \times n$ حداقل n مقدار ویژه دارد.

۳. دو ماتریس متشابه مقادیر ویژه یکسانی دارند.

۴. دو ماتریس متشابه مقادیر ویژه یکسانی دارند.

-۱۰

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -9 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

مقدادر ویژه ماتریس
کدام است؟

۱. $-1 - 2+3i - 2-3i$

۲. $1 - 2 3$

۳. $1 - 1+i - 1-i$

۴. $1 - 2+i - 2-i$

-۱۱ کدامیک از توابع زیر مستقل خطی می باشند؟

۱. $e^x 3e^x 2e^x$

۲. $e^x 3e^x 2e^{2x}$

۳. $e^x 3e^x e^{2x}$

۴. $e^x e^{3x} e^{2x}$

-۱۲ یک شرط لازم و کافی برای این که یک جواب ماتریس $\varphi'(t) = A(t)\varphi(t)$ از $\varphi(t)$ یک ماتریس اصلی برای $X' = A(t)X$ باشد. این است که برای هر $t \in (r_1, r_2)$ داشته باشیم

۱. $w(t) = 0$

۲. $w(t) \neq 0$

۳. $w(t) \neq 1$

۴. $w(t) = 1$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۱ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۳

-۱۳- اگر φ یک ماتریس اصلی $X' = A(t)X$. آنگاه شرط لازم و کافی برای اینکه ψ یک ماتریس اصلی دستگاه $X' = -A^T(t)X$ است این که

۱. ماتریس نامنفرد C وجود داشته باشد که $\psi^T \varphi = C$

۲. ماتریس منفرد C وجود داشته باشد که $\psi^T \varphi = C$

۳. ماتریس نامنفرد و ثابت C وجود داشته باشد که $\psi^T \varphi = C$

۴. ماتریس منفرد و ثابت C وجود داشته باشد که $\psi^T \varphi = C$

-۱۴- کدامیک از چند جمله ایها زیر پایدار است؟

$$L(\lambda) = \lambda^4 - 2\lambda^3 + \lambda^2 + 2\lambda - 2 \quad .\text{۲}$$

$$L(\lambda) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 3 \quad .\text{۱}$$

$$L(t) = \lambda^3 + 2\lambda^2 + \lambda + 3 \quad .\text{۴}$$

$$L(\lambda) = \lambda^4 + 4\lambda^3 + 2\lambda^2 + 6\lambda + 2 \quad .\text{۳}$$

-۱۵- جواب صفر (یا هر جواب دیگر) معادله $u' = 0$

۱. مجانباً یکنواخت پایدار است.

۱. مجانباً پایدار است.

۲. ناپایدار است.

۳. قویاً پایدار است.

-۱۶- نوع پایداری نقطه بحرانی $(0,0)$ دستگاه $\begin{cases} x'_1 = -3x_1 + x_2 \\ x'_2 = 4x_1 - 2x_2 \end{cases}$ گدام گزینه است؟

۴. قویاً پایدار

۳. ناپایدار

۲. مجانباً پایدار

۱. زینی

-۱۷- گدام گزینه درست می باشد؟

۱. اگر $\|u''\|$ و $\|u'\|$ کراندار باشند. آنگاه $\|u\|$ کراندار است.

۱. اگر $\|u'\|$ و $\|u''\|$ کراندار باشند. آنگاه $\|u\|$ کراندار است.

۲. اگر $\|u'\|$ و $\|u''\|$ کراندار باشند. آنگاه $\|u\|$ کراندار است.

۳. اگر $\|u'\|$ و $\|u''\|$ کراندار باشند. آنگاه $\|u\|$ کراندار است.

-۱۸- جوابهای نابدیهی معادله $u'' + \varphi(t)u = 0$ نوسانی هستند مشروط به اینکه به ازای هر t ,

$$\varphi(t) \geq 1 \quad .\text{۴}$$

$$\varphi(t) \geq m^2 > 0 \quad .\text{۳}$$

$$\varphi(t) \geq 0 \quad .\text{۲}$$

$$\varphi(t) > 0 \quad .\text{۱}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه معادلات دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۱ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۳۳

۴. معین مثبت

۳. معین منفی

۲. کاهنده

۱. نیمه معین مثبت

-۳۰ اگر معادله دیفرانسیل $4x'' + 8x' + 12x = 0$ را بصورت دستگاه ماتریسی $x' = Ax$ بنویسیم، A کدام گزینه است؟

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

سوالات تشریحی

۱،۴۰ نمره

-۱ اگر روی D پیوسته باشد. آنگاه ثابت کنید عدد ثابتی C وجود دارد بطوریکه $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| \leq C|u_1 - u_2|$ $(t, u_1), (t, u_2) \in D$

۱،۴۰ نمره

-۲ جواب عمومی معادله $y''' - 3y' + 2y = 9e^t, t > 0$ را بدست آورید.

۱،۴۰ نمره

-۳ اگر قسمتهای حقیقی تمام ویژه - مقادیر A منفی باشند آنگاه ثابت کنید به ازای هر جواب $x(t)$ از $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| = 0$ داریم $X' = AX$

۱،۴۰ نمره

-۴ فرض می کنیم $b(t)$ روی $[0, \infty)$ پیوسته - مشتقپذیر باشد و $\int_0^{t \rightarrow \infty} |b'(s)| ds \rightarrow 0$ کراندار باشد. در این صورت ثابت کنید تمام جوابهای $u'' + (1+b(t))u = 0$ روی $[0, \infty)$ کراندارند.

۱،۴۰ نمره

-۵ پایداری جواب صفر دستگاه $\begin{cases} x'_1 = -x_1 - x_2 - x_1^3 \\ x'_2 = x_1 - x_2 - x_2^3 \end{cases}$ را تعیین کنید.