

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: شبیه سازی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۲۰۸

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- سومین داده مربوط به داده های تصادفی تولید شده به وسیله الگوریتم $LCG(5,0,90,35)$ چیست؟

- ۵۵ .۱ ۶۵ .۲ ۸۵ .۳ ۳۵ .۴

۲- برای تولید متغیر تصادفی از توزیع نرمال استاندارد به روش قبول-رد با فرض $g(y) = \frac{1}{\pi(1+y^2)}$ مقدار c کدام است؟

- ۰/۱۵۲ .۱ ۱/۵۲ .۲ ۵/۱۲ .۳ ۱/۳۵ .۴

۳- فرض کنید بر اساس نمونه تصادفی تولید شده ۵ تایی از توزیع $U(0,1)$ مقادیر

$$\sum_{i=1}^5 g(x_i) = 4/161, \sum_{i=1}^5 g(1-x_i) = 3/222$$

حاصل شده باشد. برآورد θ به روش متغیرهای متقابل با فرض

$$g(x) = \exp(-x^2) \text{ چیست؟ } \left(\theta = \int_0^1 \exp(-x^2) dx \right)$$

- ۰/۷۳۸ .۱ ۰/۷۸۳ .۲ ۰/۳۸۷ .۳ ۰/۳۷۸ .۴

۴- با فرض $h(x) = 1 - 0/7x^2$ در صورتی که x_1, \dots, x_5 از توزیع $U(0,1)$ باشند. برآورد $\theta = \int_0^1 g(x) dx$ به روش کنترل

تغییرات نمونه گیری چیست؟

$$\left(\sum_{i=1}^5 (g(x_i) - h(x_i)) = -0/106 \text{ و } g(x) = \exp(-x^2) \right)$$

- ۰/۷۴۴۸ .۴ ۰/۷۶۶ .۳ ۰/۵۶۷ .۲ ۰/۹ .۱

۵- توزیع زیر را در نظر بگیرید با فرض $x^{(0)} = 1$ و y متناظر با آن $۳۹/۸۲$ ، احتمال قبول y به روش متروپلیس چیست؟

$$(n = 5, a = 4)$$

$$f(x) = cx^{-\frac{n}{2}} \exp\left(-\frac{a}{2x}\right)$$

- ۰/۷ .۱ ۰/۰۷ .۲ ۰/۰۷ .۳ ۰/۹ .۴

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: شبیه سازی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۲۰۸

۶- کدام مورد در باره نمونه گیری گیبز درست است؟

۱. نمونه گیری گیبز مبتنی بر خاصیت مارکوفی فرآیندهای تصادفی است.
۲. نمونه گیری گیبز مبتنی بر روش های مونت کارلو است.
۳. نمونه گیری گیبز یک حالت خاص از حالت متروپلیس-هستینگز است.
۴. هر سه مورد

۷- احتمال انتخاب شدن عضوی از جامعه ای در یک نمونه بوت استرپ تقریباً چیست؟

۱. ۰/۹۹ ۲. ۰/۳۲۶ ۳. ۰/۲۳۶ ۴. ۰/۶۳۲

۸- اگر X و Y دو متغیر تصادفی مستقل و هم توزیع با توزیع $f(t) = \alpha\lambda(1+\lambda x)^{-1-\alpha}, x > 0, \lambda > 0, \alpha > 0$ باشند. آنگاه $R = P(Y < X)$ چیست؟

۱. $\frac{\beta}{\alpha + \beta}$ ۲. $\frac{\alpha}{2\alpha + \beta}$ ۳. $\frac{\beta}{2\alpha + \beta}$ ۴. $\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$

۹- فرض کنید D دارای توزیع $Bin(n, \theta)$ که $\theta \in (0, 1)$ و θ دارای توزیع پیشین $Beta(\alpha, \beta)$ باشد که در آن $\alpha, \beta > 0$ معلومند توزیع پسین چیست؟

۱. $Beta(\alpha + d, n + \beta - d)$ ۲. $Beta(\alpha - d, n + \beta - d)$
 ۳. $Beta(\alpha - d, n - \beta - d)$ ۴. $Beta(\alpha + d, n - \beta - d)$

۱۰- برآوردهای بیزی توزیع های پیشین فاقد اطلاع.....

۱. میانه پارامترها در توزیع پسین می باشد.
 ۲. میانگین پارامترها در توزیع پسین می باشد.
 ۳. واریانس پارامترها در توزیع پسین می باشد.
 ۴. موارد ۱ و ۲

۱۱- اگر D_1, \dots, D_{10} یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی از توزیع $Bin(1, \theta)$ که $\theta \in (0, 1)$ باشند. برآوردهای بیزی پارامتر $\theta(1-\theta)$ نسبت به توزیع پیشین $Beta(\alpha, \beta)$ برای θ و تحت تابع زیان مربع خطا با فرض $\alpha = \beta = 5$ چیست؟

۱. $\frac{(5 + \sum_i D_i)(15 + \sum_i D_i)}{420}$ ۲. $\frac{(5 - \sum_i D_i)(15 + \sum_i D_i)}{420}$
 ۳. $\frac{(5 + \sum_i D_i)(15 - \sum_i D_i)}{420}$ ۴. $\frac{(5 - \sum_i D_i)(15 - \sum_i D_i)}{420}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: شبیه سازی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۲۰۸

۱۲- در مدل بیز تجربی روابط زیر را در نظر بگیرید که $\theta_i, \eta > 0$ مستقل و b یک بردار ستونی نامعلوم با p مولفه می باشند با

$$\text{فرض معلوم بودن } v_i \text{ ها } \text{Var}(\theta_i | Y_i) \text{ چیست؟ } \left(B_i = \frac{v_i}{v_i + \eta} \right)$$

$(i = 1, \dots, m)$ است. $N(\theta_i, v_i)$ با توزیع $Y_i | \theta_i$

$\theta_i | b, \eta$ با توزیع $N(x_i, b, \eta)$ است.

$$B_i(1+v_i) \quad .1 \quad B_i(1-v_i) \quad .2 \quad v_i(1+B_i) \quad .3 \quad v_i(1-B_i) \quad .4$$

۱۳- در روش بیز سلسله مراتبی، پارامترها به چه روشی تولید می شوند؟

۱. نمونه گیری خوشه ای
۲. نمونه گیری سیستماتیک
۳. نمونه گیری گیبز
۴. نمونه گیری تصادفی ساده

۱۴- برآوردگر بیز یک پارامتر با توزیع پیشین مفروض تحت تابع زبان قدر مطلق چیست؟

۱. امید ریاضی توزیع پسین
۲. میانه توزیع پسین
۳. واریانس توزیع پسین
۴. گشتاور مرکزی مرتبه چهارم توزیع پسین

۱۵- اگر $f(x)$ روی بازه $[a, b]$ دوبار مشتق پذیر باشد تحت کدام شرط زیر $f(x)$ روی بازه $[a, b]$ محدب است؟

$$f''(x) = 0 \quad .1 \quad f''(x) \leq 0 \quad .2 \quad f''(x) \geq 0 \quad .3 \quad f''(x) = 1 \quad .4$$

۱۶- اگر U دارای توزیع $U(0,1)$ باشد آنگاه توزیع $\frac{U^{-\frac{1}{\alpha}} - 1}{\lambda}$ چیست؟

$$Poi(\alpha, \lambda) \quad .1 \quad N(\alpha, \lambda) \quad .2 \quad Beta(\alpha, \lambda) \quad .3 \quad GPa(\alpha, \lambda) \quad .4$$

۱۷- بوت استرپ در کدام مورد کاربرد دارد؟

۱. داده های سانسور شده
۲. داده های گم شده
۳. جامعه متناهی
۴. هر سه مورد

۱۸- کدام مورد زیر برای کاهش اریبی کاربرد دارد؟

۱. جک نایف
۲. بوت استرپ
۳. آزمون کولموگوروف-اسمیرنوف
۴. هر سه مورد

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: شبیه سازی

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۲۰۸

۱۹- کدام تابع چگالی زیر لگاکوژ هستند؟

۰۱. نرمال

۰۲. حالتی خاص از گاما

۰۳. حالتی خاص از توزیع ویشارت

۰۴. هر سه مورد

۲۰- اگر X و Y متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع گاما باشند آنگاه توزیع $\frac{X}{X+Y}$ چیست؟

۰۱. بتا

۰۲. نرمال

۰۳. پواسن

۰۴. دو جمله ای

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- مراحل تولید داده های تصادفی از توزیع دوجمله ای را بنویسید.

۱.۴۰ نمره

۲- برآورد توزیع تجمعی نرمال استاندارد را به روش نمونه گیری مهم را شرح دهید.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید y_1, \dots, y_n دارای توزیع $N(\mu, \tau^{-1})$ و μ با توزیع $N(0,1)$ و τ دارای توزیع $Gam(2,1)$ است. با فرض استقلال $\{y_i\}$ ها به شرط τ و μ و استقلال μ و τ ، ثابت کنید که $\tau | \mu$ توزیع گاما دارد.

۱.۴۰ نمره

۴- اگر Z متغیری تصادفی و Y_1, \dots, Y_Z یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی و $X = \min(Y_1, \dots, Y_Z)$ باشند با توجه به اطلاعات زیر، پارامترهای p و β را به روش EM برآورد کنید.

$$P_Z(z; p) = \frac{(1-p)^z}{-z \log(p)}; z \in N, 0 < p < 1.$$

$$f_X(x; p, \beta) = \frac{1}{-\log(p)} \frac{\beta(1-p)e^{-\beta x}}{1 - (1-p)e^{-\beta x}}; x > 0.$$

$$E(Z | X; p^{(n)}, \beta^{(n)}) = \frac{1}{1 - (1-p^{(n)})e^{-\beta^{(n)}x}}; x > 0.$$

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید D دارای توزیع $N(\theta, 1)$ و θ دارای توزیع پیشین $N(\mu, \tau^2)$ باشد که μ و τ^2 هر دو معلومند. برآورد بیز θ را تحت تابع زیان توان دوم خطا بیابید.