

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: - ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۳، - آمار ۱۱۱۷۰۲۹، - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶  
مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲،

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر  $A_1, A_2, \dots$  یک دنباله از پیشامدها صعودی باشند.  $P(\bigcap_i A_i)$  چیست؟  $(A_i'$  متمم  $A$  است)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) \quad .1 \quad 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) \quad .2 \quad \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) \quad .3 \quad 1 - \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n) \quad .4$$

۲- اگر  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع مولد احتمال  $\varphi(s)$  باشد. آنگاه  $E(X^3)$  برابر است با:

$$\varphi^{(3)}(1) + 3\varphi''(1) + \varphi'(1) \quad .1 \quad \varphi^{(3)}(0) + 3\varphi''(0) + \varphi'(0) \quad .2$$

$$\varphi^{(3)}(0) + 3\varphi''(0) \quad .3 \quad \varphi^{(3)}(1) + 3\varphi''(1) \quad .4$$

۳- اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد دلخواه از یک فضای نمونه باشند. تحت چه شرطی  $I_A$  و  $I_B$  ناهمبسته می شوند؟

$$.1 \text{ استقلال } A \text{ و } B \quad .2 \text{ ناسازگاری } A \text{ و } B \quad .3 \text{ نزولی بودن } A_i \text{ ها} \quad .4 \text{ نزولی بودن } B_i \text{ ها}$$

۴- کدام مورد زیر از ویژگیهای فرآیند پواسن نیست؟

$$.1 \text{ نموهای مانا} \quad .2 \text{ نموهای مستقل} \quad .3 \text{ پواسن بودن توزیع نموها} \quad .4 \text{ مانای وسیع بودن}$$

۵- در فرآیند پواسنی مقدار  $\rho_{4,5}$  چیست؟

$$.1 \frac{4}{5} \quad .2 \sqrt{\frac{4}{5}} \quad .3 \sqrt{\frac{5}{4}} \quad .4 \frac{5}{4}$$

۶- در یک فرآیند قدم زدن تصادفی با شروع از نقطه صفر  $P(X_2 = 0)$  چیست؟

$$.1 r^2 \quad .2 2q + r^2 \quad .3 2p + r^2 \quad .4 2pq + r^2$$

۷- حالت  $x$  را گذرا گویند هرگاه:

$$.1 f_{xx} = 1 \quad .2 f_{xx} < 1 \quad .3 f_{xx+1} < 1 \quad .4 f_{xx+1} > 1$$

۸- در یک فرآیند قدم زدن تصادفی ساده با  $p = 0.5$  مقدار  $P_{00}^{(6)}$  چیست؟

$$.1 \frac{1}{16} \quad .2 \frac{7}{16} \quad .3 \frac{5}{16} \quad .4 \frac{1}{7}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -  
مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

۹- زنجیر مارکوفی با فضای حالت  $\{0,1,2,3\}$  و با احتماله‌های انتقال

$$p_{10} = p_{12}, p_{01} = p_{02} = 2p_{21} = 2p_{23} = 2p_{11}, p_{00} = \frac{3}{2}p_{01} = 2p_{21} = 2p_{23} = 2p_{11}, 1 = p_{32} = 3p_{00} = \frac{3}{2}p_{01} = 2p_{21} = 2p_{23} = 2p_{11}$$

مقدار  $f_{01}^{(2)}$  چیست؟

۱.  $\frac{7}{9}$       ۲.  $\frac{5}{9}$       ۳.  $\frac{2}{9}$       ۴.  $\frac{2}{9}$

۱۰- زنجیر مارکوفی با فضای حالت  $\{0,1,2,3\}$  و با احتماله‌های انتقال

$$p_{10} = p_{12}, p_{01} = p_{02} = 2p_{21} = 2p_{23} = 2p_{11}, p_{00} = \frac{3}{2}p_{01} = 2p_{21} = 2p_{23} = 2p_{11}, 1 = p_{32} = 3p_{00} = \frac{3}{2}p_{01} = 2p_{21} = 2p_{23} = 2p_{11}$$

مقدار  $P_{01}^{(2)}$  چیست؟

۱.  $\frac{1}{9}$       ۲.  $\frac{7}{9}$       ۳.  $\frac{5}{9}$       ۴.  $\frac{2}{9}$

۱۱- در زنجیر زادومرگی فرض کنید  $p_x = p > 0, q_x = q > 0$  شرط وجود توزیع مانا چیست؟

۱. وجود ندارد      ۲.  $p > q$       ۳.  $p < q$       ۴.  $p = q$

۱۲- در زنجیر زادومرگی فرض کنید  $p_x = p > 0, q_x = q > 0$  توزیع مانا در صورت وجود، چیست؟

۱.  $(\frac{q}{p})^x$       ۲.  $1 - (\frac{q}{p})^x$       ۳.  $(1 - \frac{q}{p})(\frac{q}{p})^x$       ۴.  $(1 - \frac{p}{q})(\frac{p}{q})^x$

۱۳- اگر در زنجیر مارکوفی با فضای حالت  $\{0,1\}$  با فرض  $p_{00} = \frac{1}{3}, p_{10} = \frac{3}{4}$  مقدار  $f_{00}^{(k)}$  به ازای  $k \geq 3$  چقدر است؟

۱.  $(\frac{1}{2})^{2k}$       ۲.  $(\frac{1}{2})^{2k-1}$       ۳.  $(\frac{1}{2})^{2k-3}$       ۴.  $(\frac{1}{4})^{k-1}$

۱۴- اگر در زنجیر مارکوفی با فضای حالت  $\{0,1\}$  با فرض  $p_{00} = \frac{1}{3}, p_{10} = \frac{3}{4}$  مقدار  $E_0(T_0)$  چیست؟ ( $T_0$  زمان اصابت به

صفر است)

۱.  $\frac{17}{9}$       ۲.  $\frac{5}{9}$       ۳.  $\frac{11}{9}$       ۴.  $\frac{11}{19}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -  
، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

۱۵- اگر در زنجیر مارکفی با فضای حالت  $\{0,1\}$  با فرض  $p_{10} = \frac{3}{4}$ ,  $p_{00} = \frac{1}{3}$ ، کدام حالتها نادوره ای هستند؟

۱. حالت صفر دوره ای و حالت یک نادوره ای  
۲. حالت صفر نادوره ای و حالت یک دوره ای  
۳. حالت های صفر و یک دوره ای  
۴. حالت های صفر و یک نادوره ای

۱۶- در فرآیند پواسن با پارامتر  $\lambda > 0$ ،  $P_{xx}(t)$  چیست؟

۱.  $e^{\lambda t}$   
۲.  $1 - e^{-\lambda t}$   
۳.  $e^{-\lambda t}$   
۴.  $1 - e^{2\lambda t}$

۱۷- در فرآیند پواسن با پارامتر  $\lambda > 0$ ، مقدار  $\frac{q_{12}q_{34}}{(q_{xx})^2}$  چیست؟

۱. یک  
۲.  $\lambda$   
۳.  $\lambda^2$   
۴. صفر

۱۸- اگر فضای حالت زنجیر مارکف جهشی  $\{0,1,2,\dots\}$  و به ازای  $x \neq y$  پارامترهای بینهایت کوچک آن به صورت زیر تعریف شود  $Q_{01}$  چیست؟

$$q_{x \ x+1} = 4$$

$$q_{x \ 0} = 5, x \neq 0$$

۱.  $\frac{4}{9}$   
۲.  $\frac{5}{9}$   
۳.  $\frac{7}{9}$   
۴.  $\frac{9}{10}$

۱۹- اگر فضای حالت زنجیر مارکف جهشی  $\{0,1,2,\dots\}$  و به ازای  $x \neq y$  پارامترهای بینهایت کوچک آن به صورت زیر تعریف شود.

احتمال آنکه زنجیر حداقل ۲ واحد زمانی در حالت صفر توقف کند و سپس به حالت یک برود چیست؟

$$q_{x \ x+1} = 4$$

$$q_{x \ 0} = 5, x \neq 0$$

۱.  $\frac{5}{9}e^{-18}$   
۲.  $\frac{4}{9}e^{-18}$   
۳.  $1 - \frac{5}{9}e^{-18}$   
۴.  $1 - \frac{4}{9}e^{-18}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -  
، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

۲۰- توزیع مانای زنجیرمارکف جهشی در روابط زیر صدق می کند. توزیع مانای آن چیست؟

$$0 = 3\pi(y - 1) - 5\pi(y) \quad , y \neq 0$$

$$0 = -5\pi(0) + 2$$

$$\pi(x) = \frac{2}{5} \left( \frac{3}{5} \right)^x, x \geq 0 \quad .1$$

$$\pi(x) = \frac{3}{5} \left( \frac{2}{5} \right)^x, x \geq 1 \quad .2$$

$$\pi(x) = \frac{3}{5} \left( \frac{2}{5} \right)^x, x \geq 0 \quad \pi(x) = \frac{2}{5} \left( \frac{3}{5} \right)^x, x \geq 0 \quad .3$$

$$\pi(x) = \frac{2}{5} \left( \frac{3}{5} \right)^x, x \geq 1 \quad .4$$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- تابع همبستگی فرآیند حرکت براونی را بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۲- قضیه برابری والد را بیان و ثابت نمایید.

۱.۴۰ نمره

۳- زنجیرمارکفی دارای ماتریس احتمال انتقال فضای حالت  $\{0,1,2,3,4\}$  زیر است. دسته های هم ارزی رامشخص کرده و احتمالهای جذب را بیابید.

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{4} & \frac{3}{4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{2}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - آمار و کاربردها، آمار ریاضی، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ -  
، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

۴- زنجیر مارکوفی با فضای حالت  $\{0,1,2,3,4\}$  و با ماتریس احتمال انتقال زیرمفروض است. توزیع یا توزیع های مانا را ۱.۴۰ نمره  
در صورت وجود بیابید؟

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

۱.۴۰ نمره

۵- معادله پسر و کولموگوروف را بیان و آن را ثابت کنید.