

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۲

۱- کدام یک از چند ضلعی های منتظم زیر ساخت پذیرند؟

۱. ۷      ۲. ۱۱      ۳. ۱۳      ۴. ۱۷

۲- برای میدان اعداد مختلط  $C$  و میدان اعداد حقیقی  $R$  داریم:

$$C = R(i) \quad ۱. \quad [C : R] = 2 \quad ۲.$$

۳.  $Gal_R^C$  گروهی از مرتبه ۲ است.      ۴. همه موارد.

۳- مرتبه گروه گالوای  $f(x) = x^5 - 2$  روی میدان اعداد گویا کدام است؟

۱. ۵      ۲. ۲      ۳. ۲۰      ۴. ۱۵

۴- اگر  $F$  میدان شکافنده  $f(x) = x^4 - 2$  روی  $Q$  باشد آنگاه:

$$[F : Q] = 8 \quad ۱. \quad o(Gal_Q^F) = 8 \quad ۲.$$

$$o(Gal_Q^F) = [F : Q] = 8 \quad ۳. \quad o(Gal_Q^F) = [F : Q] = 8 \quad ۴.$$

۵- اگر  $F = Q(w)$  که در آن  $w = \sqrt[5]{2}$  آنگاه

$$Q'' = F \quad ۱. \quad \text{در } F \text{ بسته نیست چون}$$

$$Q'' = F \quad ۲. \quad \text{در } F \text{ بسته است چون}$$

$$Gal_Q^F = \langle i_Q \rangle \quad ۳. \quad \text{در } F \text{ بسته است چون}$$

$$Gal_Q^F = \langle i_Q \rangle \quad ۴. \quad \text{در } F \text{ بسته نیست چون} \quad \text{و در نتیجه } Q'' = F$$

۶- اگر  $f$  یک چند جمله ای ناصفر  $F[x]$  باشد و دارای درجه  $n$  آنگاه  $f$ :

۱.  $n$  ریشه دارد      ۲. بیش از دو ریشه دارد

۳. حداکثر  $n$  ریشه دارد      ۴. حداقل یک ریشه دارد

۷- کدام گروه حل پذیر نیست؟

۱.  $S_7$       ۲.  $Z$       ۳.  $Q$       ۴.  $S_3$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۲)

$$-۸ \quad \text{اگر } F = Q(\sqrt[3]{2}, e^{\frac{2\pi i}{3}}) \text{ آنگاه}$$

$$[F:Q] = 3 \quad .۱ \quad [F:Q] = 2 \quad .۲ \quad [F:Q] = 6 \quad .۳ \quad [F:Q] = 9 \quad .۴$$

۹- کدام گزینه صحیح است؟

$$[Q(i):Q] = 3 \quad .۱ \quad [Q(i):Q] = 2 \quad .۲ \quad [Q(i):Q] = 4 \quad .۳ \quad [Q(i):Q] = 6 \quad .۴$$

۱۰- گروه گالوای چند جمله ای های  $f(x) = (x^7 - 1)(x^2 - 2)$  و  $h(x) = (x^7 - 1)(x^2 + 7)$  به ترتیب با کدام یک از زیر گروههای زیر یکرخت است؟

۱. گروه گالوای  $f(x)$  با  $Z_6 \times Z_2$  و گروه گالوای  $h(x)$  با  $Z_6$  یکرخت اند.
۲. گروه گالوای  $f(x)$  با  $Z_4 \times Z_2$  و گروه گالوای  $h(x)$  با  $Z_{12}$  یکرخت اند.
۳. گروه گالوای  $f(x)$  با  $D_4 \times Z_2$  و گروه گالوای  $h(x)$  با  $D_4$  یکرخت اند.
۴. گروه گالوای  $f(x)$  با  $Z_{13}$  و گروه گالوای  $h(x)$  با  $Z_6 \times Z_2$  یکرخت اند.

۱۱- فرض کنید  $f, g \in Z[x]$  چند جمله ایهایی اولیه باشند در این صورت  $fg$ 

۱. هیچ ریشه ای ندارد
۲. تکین است
۳. لزوما اولیه نیست
۴. اولیه است.

۱۲- عنصری از  $F[x]$  یکه در  $F[x]$  است اگر و تنها اگر:

۱. چند جمله ای ثابت ناصفر باشد.
۲. چند جمله ای درجه یک باشد.
۳. عضومانی  $F$  باشد.
۴. چند جمله ای از درجه عدداول باشد.

۱۳- تعداد خود ریختی های  $Z[\alpha]$  که هر عدد صحیح را ثابت نگه می دارد دقیقا چند است؟

۱. ۱
۲. ۲
۳. ۳
۴. ۴

$$-۱۴ \quad \text{اگر } F = K(v) \text{ و } u = \frac{v^3}{v+1} \in F \text{ آنگاه:}$$

۱.  $v$  روی  $K(u)$  جبری است.
۲.  $v$  روی  $K(u)$  متعالی است.
۳.  $u$  روی  $K(v)$  جبری است.
۴.  $u$  روی  $K(v)$  متعالی است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۲)

۱۵-  $Q(\sqrt{a}, \sqrt{b})$  با کدام گزینه برابر است برای تمام  $a, b \in Q$ :

۱.  $Q(\sqrt{ab})$       ۲.  $Q(\sqrt{\frac{a}{b}})$       ۳.  $Q(\sqrt{a} - \sqrt{b})$       ۴.  $Q(\sqrt{a} + \sqrt{b})$

۱۶- با فرض اینکه  $u$  ریشه ای از  $f(u) = x^2 + 1 \in F_3[x]$  باشد آنگاه:

۱.  $F_3[u]$  میدانی از مرتبه ۱۶ است.      ۲.  $F_3[u]$  میدانی با ۹ عنصر است.  
۳.  $F_3[u]$  میدانی از مرتبه ۳۲ است.      ۴.  $F_3[u]$  میدانی با ۱۶ عنصر است.

۱۷- میدان  $F_p$  در میدان  $F_m$  بسته است هرگاه کدام شرط زیر برقرار باشد؟

۱.  $\exists n \in N : p = m^n$       ۲.  $\exists n \in N : p = n^m$       ۳.  $\exists n \in N : m = p^n$       ۴.  $\exists n \in N : m = n^p$

۱۸- اگر  $f$  یک چندجمله ای درجه سوم تحویل ناپذیر  $f \in Q[x]$  باشد چگونه ای که اگر  $F$  میدان شکافنده  $f$  روی  $Q$  باشد و

$$[F : Q] = 3$$
 آنگاه  $f$  کدام است؟

۱.  $f(x) = x^3 + x^2 - 2x + 1$       ۲.  $f(x) = x^3 - 2x + 1$   
۳.  $f(x) = x^3 + 2x + 1$       ۴.  $f(x) = x^3 - x^2 + 2x + 1$

۱۹- اگر  $f \in Q[x]$  و گروه گالوای  $G$  از  $f$  روی  $Q$  دارای مرتبه فرد باشد آنگاه:

۱.  $f$  فقط دارای ریشه های موهومی است.      ۲.  $f$  فقط دارای ریشه های گویا است.  
۳.  $f$  فقط دارای ریشه های حقیقی است.      ۴.  $f$  فقط دارای ریشه های صحیح است.

۲۰- اگر  $F$  بستار جبری  $K$  باشد آنگاه:

۱.  $F$  یک توسعه  $K$  است.      ۲.  $F$  روی  $K$  جبری است.  
۳.  $F$  جبری-بسته است.      ۴. تمام موارد برقرار است.

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- قضیه اساسی جبر را بیان و اثبات کنید.

نمره ۱.۴۰

۲- ثابت کنید تضعیف مکعب، تربیع دایره و تثلیث زاویه امکان پذیر نیست.

نمره ۱.۴۰

۳- محک آیزنشتاین را بیان و اثبات کنید

نمره ۱.۴۰

۴- قضیه اساسی نظریه گالوا را فقط بیان کنید.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۲)

۱.۴۰ نمره

۵- فرض کنید  $K$  یک میدان و  $f \in K[x]$  از درجه  $\deg(f) = n$  باشد. ثابت کنید میدان شکافنده  $f$  روی  $K$  وجود دارد و  $[F:K] \leq n!$