

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۰ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ -، مهندسی برق گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵ -)

۱- دستگاه متناظر با ماتریس افزوده  $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 4 & 1 \end{bmatrix}$  کدام یک از گزینه های زیر می باشد؟

$$\begin{cases} x+2y=1 \\ 2x+3y+2z=-1 \\ -x=4y+z=2 \end{cases} \cdot 4 \quad \begin{cases} x-y+2z=0 \\ -x+2y+2z=3 \\ 2x-y+z=4 \end{cases} \cdot 3 \quad \begin{cases} x-y+2z=0 \\ -x+2y+3z=2 \\ 2x-y+4z=1 \end{cases} \cdot 2 \quad \begin{cases} x-y+2z=0 \\ -x+3y+2z=2 \\ 2x-y+4z=-1 \end{cases} \cdot 1$$

۲- کدام یک از ماتریس های زیر هرمیتی است؟

$$\begin{bmatrix} 2 & i \\ 3 & -i \end{bmatrix} \cdot 4 \quad \begin{bmatrix} 3i & 2i \\ -3i & -2i \end{bmatrix} \cdot 3 \quad \begin{bmatrix} 2-4i & 5 \\ 4 & 2+4i \end{bmatrix} \cdot 2 \quad \begin{bmatrix} 4 & 1-i \\ 1+i & 5 \end{bmatrix} \cdot 1$$

۳- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

$$\begin{aligned} (AB)^t &= A^t B^t \cdot 1 \\ A - A^t &\text{ پادمتقارن است} \cdot 3 \\ A - A^t &\text{ متقارن است} \cdot 2 \\ (AB)^{-1} &= A^{-1} B^{-1} \cdot 4 \end{aligned}$$

۴- هرگاه  $A$  ماتریس  $3 \times 3$  و  $|A| = 3$ ، آنگاه مقدار  $|3A|$  برابر است با:

$$۹ \cdot 1 \quad ۲۷ \cdot 2 \quad ۸۱ \cdot 3 \quad ۲۴۳ \cdot 4$$

۵- فرض کنید تبدیل خطی  $T: R^2 \rightarrow R^3$  توسط ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$  تعریف شده باشد. تصویر  $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$  تحت  $T$

کدام است؟

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot 1 \quad \begin{bmatrix} -1 \\ -5 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot 2 \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ -9 \end{bmatrix} \cdot 3 \quad \begin{bmatrix} -1 \\ 5 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot 4$$

۶- معادله تصویر خط  $y = 2x + 3$  تحت انتقال  $T \left( \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  کدام گزینه است؟

$$y = -2x \cdot 1 \quad y = 2x \cdot 2 \quad y = 2x + 1 \cdot 3 \quad y = 2x - 1 \cdot 4$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵

۷- کدام یک از مجموعه های زیر یک زیر فضای  $R^3$  است؟

$$\{(a, b, a+5) | a, b \in R\} \quad .۲ \qquad \{(a, b, b^2) | a, b \in R\} \quad .۱$$

$$\{(0, 0, b) | a, b \in R\} \quad .۴ \qquad \{(a, b, 4) | a, b \in R\} \quad .۳$$

۸- زاویه بین دو بردار  $(0, 1, 1)$  و  $(-1, 0, -1)$  در  $R^3$  کدام گزینه زیر است؟

$$\frac{\pi}{6} \quad .۴ \qquad \frac{3\pi}{2} \quad .۳ \qquad \frac{2\pi}{3} \quad .۲ \qquad \frac{\pi}{3} \quad .۱$$

۹- کدام مجموعه در فضای برداری توابع حقیقی وابسته خطی است؟

$$\{1, x, x^2\} \quad .۲ \qquad \{1+x^2, 3x-1, -4x+1\} \quad .۱$$

$$\{x, x^2\} \quad .۴ \qquad \left\{1, x^2, 3+\frac{1}{2}x^2\right\} \quad .۳$$

۱۰- فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد به طوری که با  $I_n$  هم ارز سطری است. در این صورت کدام گزینه درست است؟

$$AX = B \text{ دستگاه جوابی ندارد} \quad .۲ \qquad |A| = 0 \quad .۱$$

$$rank(A) = n \quad .۴ \qquad A \text{ وارون پذیر نیست} \quad .۳$$

۱۱- ماتریس انعکاس نسبت به محور  $X$  ها و مبنای استاندارد کدام است؟

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .۴ \qquad \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad .۳ \qquad \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad .۲ \qquad \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad .۱$$

۱۲- فاصله نقطه  $(4, 1, -7)$  از زیر فضای  $W$  متشکل از بردارهایی به فرم  $(a, b, b)$  برابر است با:

$$\sqrt{36} \quad .۴ \qquad \sqrt{32} \quad .۳ \qquad \sqrt{26} \quad .۲ \qquad \sqrt{23} \quad .۱$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix} \quad .۱۳ \quad \text{رتبه ماتریس برابر است با:}$$

$$\text{صفر} \quad .۴ \qquad ۳ \quad .۳ \qquad ۲ \quad .۲ \qquad ۱ \quad .۱$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵

-۱۴

مجموع مقادیر ویژه ماتریس  $\begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۹ .۴

۱۱ .۳

۱۱ .۲

۹ .۱

-۱۵ کدام یک از ماتریس های زیر در معادله  $A^2 - 3A + 2I = 0$  صدق می کند؟

۲ .۴  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

۳  $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

۲  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

۱  $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$

-۱۶ اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس متشابه باشند، آنگاه کدام گزینه زیر نادرست است؟

۲  $tr(A) = tr(B)$

۱  $|A| = |B|$

۴  $A^{-1} = B^{-1}$

۳  $rank(A) = rank(B)$

-۱۷

بعد های هسته و برد تبدیل خطی  $T$  تعریف شده توسط ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  عبارتند از:

۲  $\dim KerT = 0, \dim ranT = 3$

۱  $\dim KerT = 1, \dim ranT = 2$

۴  $\dim KerT = 0, \dim ranT = 2$

۳  $\dim KerT = 1, \dim ranT = 1$

-۱۸ در فضای برداری  $P_2$ ، نرم بردار  $f(x) = 3x^2 - 1$  نسبت به ضرب  $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$  برابر است با:

۴  $\sqrt{\frac{5}{4}}$

۳  $\sqrt{\frac{4}{5}}$

۲  $\frac{4}{5}$

۱  $\frac{5}{4}$

-۱۹ اگر  $A$  یک ماتریس متقارن و حقیقی باشد، آنگاه کدام یک از گزینه های زیر همواره درست است؟

۲  $A$  متعامد است

۱  $A$  وارون پذیر است

۴ هر مقدار ویژه  $A$ ، حقیقی است

۳  $A^2 = A$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۴۳۵

$$-۲۰ \quad \text{اثر ماتریس} \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 2 & -5 & 6 \\ 7 & 3 & 0 \end{bmatrix} \text{ کدام است؟}$$

۳ . ۴

-۱ . ۳

۱ . ۲

۰۱ . صفر

## سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- الف) فرض کنید  $A$  و  $B$  دو ماتریس سطری معادل باشند. ثابت کنید  $A$  و  $B$  دارای یک فضای سطری هستند و  $rank(A) = rank(B)$ .

ب) یک پایه برای فضای ستونی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & 6 \end{bmatrix}$  بیابید.

۱.۴۰ نمره

۲- مجموعه  $\{(1,2,0,3), (4,0,5,8), (8,1,5,6)\}$  در  $R^4$  مستقل خطی است. از این رو بردارها یک پایه برای یک زیر فضای سه بعدی مانند  $V$  از  $R^4$  تشکیل می دهند. یک پایه یکه متعامد برای  $V$  بسازید.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید ماتریس  $A$  برابر با  $\begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$  باشد، مطلوبست  $A^9$ .

۱.۴۰ نمره

۴- معادله تفاضلی  $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$  را برای  $n = 3, 4, 5, \dots$  با شرایط اولیه  $a_1 = 0, a_2 = 1$  حل کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید تبدیل  $T: R^n \rightarrow R^m$  با ضابطه  $T(x) = Ax$  یک به یک است اگر و تنها اگر  $A$  نامنفرد باشد.