

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آشنایی با نظریه تصمیم

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

- نمونه ای تصادفی از توزیع  $(\mu, \sigma^2) \sim N$  با  $\sigma^2$  معلوم را در نظر می گیریم با فرض اینکه چگالی پیشین  $\mu$  نرمال با میانگین  $\alpha$  و واریانس  $\beta$  باشد برآورد بیز  $\mu$  باتابع زیان درجه دوم برابر است با:

$$\frac{\alpha \bar{x}^2 + n \beta \sigma^2}{n \beta + \sigma^2} \quad .4$$

$$\frac{\alpha \sigma^2 + n \beta \bar{x}}{n \beta + \sigma^2} \quad .3$$

$$\frac{\alpha \bar{x} + n \beta \sigma^2}{n \beta + \sigma^2} \quad .2$$

$$\frac{\alpha \bar{x} + n \beta \sigma^2}{n \beta} \quad .1$$

- نقطه M را ترکیب محدب از دو نقطه M1 و M2 گوییم هرگاه:

$$0 \leq C \leq 1 \quad M = CM_1 + (1-C)M_2 \quad .1$$

$$C > 0 \quad M = CM_1 + (C-1)M_2 \quad .2$$

$$-1 \leq C \leq 0 \quad M = CM_2 + (1-C)M_1 \quad .3$$

$$0 < C < 1 \quad M = CM_2 + (1-C)M_1 \quad .4$$

- جدول احتمالی زیر برای متغیر تصادفی  $x_1$  را در نظر بگیرید.

$x_1$	-1	۰	۱
$P(x_1)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$

ارزندگی  $C_1$  کدام است؟

۱. ۴

۱/۲۵ .۳

۰/۲۵ .۲

۰/۵ .۱

- اگر  $X$  نمونه ای تصادفی از توزیع نرمال  $(\mu, \sigma^2) \sim N$  باشد. اگر  $\mu$  دارای توزیع پیشین نرمال باشد. چگالی پسین  $\theta$  دارای چه توزیعی است؟

۴. بتا

۳. دوجمله ای

۲. نرمال

۱. نمایی

- اگر مجموعه  $T$  و  $S$  دو مجموعه محدب باشند، کدام گزینه درست است؟

۱. اجتماع آنها هم محدب است.  
 ۲. همواره مجموعه محدب زیر مجموعه است.  
 ۳. اشتراک آنها هم محدب است.  
 ۴. اشتراک آنها هم محدب است.

۲ و ۳

- برای دو نمود  $C = \frac{2}{3}C_1 + \frac{1}{3}C_2$  نمود آمیخته  $C_2 = (a_1, a_2, a_3, \frac{1}{5}, \frac{1}{5}, \frac{3}{5})$  و  $C_1 = (a_1, a_2, a_3, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2})$  کدام است؟

$$C = (a_1, a_2, a_3, \frac{7}{15}, \frac{7}{30}, \frac{8}{15}) \quad .2$$

$$C = (a_1, a_2, a_3, \frac{7}{30}, \frac{7}{30}, \frac{8}{15}) \quad .1$$

$$C = (a_1, a_2, a_3, \frac{7}{30}, \frac{8}{30}, \frac{8}{15}) \quad .4$$

$$C = (a_1, a_2, a_3, \frac{8}{30}, \frac{7}{30}, \frac{8}{15}) \quad .3$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آشنایی با نظریه تصمیم

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

- ۷ نمونه ای تصادفی را از  $\sim N(\theta, \theta)$  را در نظر می گیریم. میانگین  $X^2$  را به عنوان برآوردهای  $\theta$  بر می گزینیم اگر تابع زیان  $\theta / L = (\theta, a) = (\theta - a)^2$  باشد تابع ریسک عبارت است از:

$$\frac{n(\theta-1)^2}{2} \quad .4$$

$$\frac{2}{n\theta^2} \quad .3$$

$$\frac{(\theta-1)^2}{2n} \quad .2$$

$$\frac{2\theta}{n} \quad .1$$

- ۸ اگر برای هر  $C, C_1, C_2$  با فرض  $(C, C_1, \alpha) > (C, C_2, \alpha)$  ،  $0 < \alpha < 1$  و برای هر عدد  $C_2 > C_1$  باشد کدام اصل برتری است؟

۴. پیوستگی

۳. یک از سه

۲. آمیختگی

۱. انتقال پذیری

- ۹ فرض کنید  $D_2 > C_2$  ،  $D_1 > C_1$  دو نمود باشند. آنگاه کدام رابطه درست است؟

$$(D_1, D_2, \alpha) < (C_1, C_2, \alpha) \quad .2$$

$$(D_1, D_2, \alpha) > (C_1, C_2, \alpha) \quad .1$$

$$(D_1, D_2, \alpha) \leq (C_1, C_2, \alpha) \quad .4$$

$$(D_1, D_2, \alpha) = (C_1, C_2, \alpha) \quad .3$$

- ۱۰ فرض کنید  $a, C, b$  باشد ارزندگی  $b$  کدام است؟  $U(a) = 1$  ،  $U(C) = 0$  اگر  $U(b) = \frac{3}{4}$

$$\frac{1}{4} \quad .4$$

$$\frac{1}{5} \quad .3$$

$$\frac{1}{3} \quad .2$$

$$\frac{1}{2} \quad .1$$

- ۱۱ فرض کنید  $\theta$  دارای چگالی پیشین زیر باشد ریسک بیز برای  $d_4$  کدام است؟

$\theta$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$R_4(\theta)$	$\frac{10}{64}$	$\frac{6}{64}$

$$\frac{17}{96} \quad .4$$

$$\frac{13}{96} \quad .3$$

$$\frac{15}{96} \quad .2$$

$$\frac{11}{96} \quad .1$$

- ۱۲ اگر  $d_b$  تصمیم بیز با تابع زیان  $L(\theta, d)$  در میان تمام تصمیمهای باشد، آنگاه:

۲. ریسک بیزپیشین  $d_b$  کمترین مقدار را دارد.۱. ریسک بیزپیشین  $d_b$  بیشترین مقدار را دارد.۴. ریسک بیزپیشین  $d_b$  بیشترین مقدار را دارد.۳. ریسک بیزپیشین  $d_b$  بیشترین مقدار را دارد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آشنایی با نظریه تصمیم

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

-۱۳ نمونه تصادفی  $(X_1, X_2, \dots, X_n)$  از  $X \sim B(1, \theta)$  را در نظر بگیرید اگر تابع زیان به صورت  $L(\theta, d) = \frac{(d - \theta)^2}{\theta(1 - \theta)}$  چگالی پیشین  $\theta$  یکنواخت روی صفر و یک باشد تصمیم بیز عبارت است از:

$$1 + \bar{X} \quad .4$$

$$\frac{1}{1 + \bar{X}} \quad .3$$

$$\frac{1}{\bar{X}} \quad .2$$

$$\bar{X} \quad .1$$

-۱۴ اگر  $D$  مجموعه تصمیم و  $R_d(\theta)$  تابع ریسک با تابع زیان  $d_m$  باشد تصمیم  $R_{d_m}(\theta)$  را مینیماکس گوییم هرگاه:

$$\max R_{d_m}(\theta) \neq \max R_d(\theta) \quad .2$$

$$\max R_{d_m}(\theta) \leq \max R_d(\theta) \quad .1$$

$$\max R_{d_m}(\theta) = \max R_d(\theta) \quad .4$$

$$\max R_{d_m}(\theta) \geq \max R_d(\theta) \quad .3$$

-۱۵ اگر  $d_b$  تصمیم بیزیکتا با چگالی پیشین  $\pi(\theta)$  و تابع زیان  $L(\theta, d)$  باشد آنگاه:

.۲  $d_b$  تصمیمی نازاریب است.

.۱  $d_b$  تصمیمی روابست.

.۴  $d_b$  تصمیمی مینیماکس است.

.۳  $d_b$  تصمیمی اریب است.

-۱۶ اگر  $\alpha$  احتمال خطای نوع اول،  $\beta$  احتمال خطای نوع دوم و  $\pi$  توان آزمون باشد کدام رابطه همواره درست نیست؟

.۲ اگر یکی از خطاهای بزرگ شود، دیگری نیز بزرگ می‌شود.

$$\pi + \beta = 1 \quad .1$$

$$.3 \text{ و } .4$$

$$\alpha + \beta = 1 \quad .3$$

-۱۷ دورنمایی از هر پیامد همراه با شанс آن را می‌گوییم.

.۴ ارزندگی

.۳ متغیر تصادفی

.۲ نمود

.۱ کار

-۱۸ فرض کنید  $X = (X_1, \dots, X_n)$  نمونه ای تصادفی از  $N(\theta, 1)$  باشد. با چه تابع زیانی  $\bar{X}$  نمی‌تواند برآورد بیز برای  $\theta$  باشد؟

.۴ تابع زیان صفر و یک

.۳ تابع زیان خطی

.۲ تابع زیان نمایی

.۱ تابع زیان درجه دو

-۱۹ برای تصمیم‌های  $d_1, d_2, d_3$  توابع ریسک عبارتند از:

$$R_1(\theta) = 3\theta - 1$$

$$R_2(\theta) = -\theta^3 + 2\theta$$

$$R_3(\theta) = (1 + \theta)^{-1}$$

فاصله‌ی سیستم  $T = [1, 2]$  مجموعه اوضاع طبیعت باشد، تصمیم مینیماکس کدام است؟

.۴  $d_1, d_3$

.۳  $d_3$

.۲  $d_2$

.۱  $d_1$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: آشنایی با نظریه تصمیم

رشته تحصیلی/گد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۶

۲۰- آزمونی که با لم نیمان-پیرسن بدست می‌آید چه نام دارد؟

۱. پرتوان ترین آزمون      ۲. آزمون نیمان-پیرسن      ۳. آزمون درستنایی      ۴. آزمون ماکزیمم آماری

### سوالات تشریحی

۱ نمره ۱،۴۰ فرض کنید نمونه تصادفی  $X \sim N(\theta, 1)$  از  $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  باشد نشان دهید با تابع درجه دو، نمی‌تواند برآورد بیز برای باشد.

۲ نمره ۱،۴۰ تصمیم مینیماکس و آزمون مینیماکس را به طور خلاصه توضیح دهید.

۳ نمره ۱،۴۰ رابطه برتری را تعریف کرده و اصول مربوط به آن را بیان نمایید.

۴ نمره ۱،۴۰ فرض کنید  $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$  نمونه‌ای تصادفی از  $X \sim N(\theta, 1)$  با یافته  $\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$  باشد. اگر کار  $a$  را گزینش  $\underline{X}$  به عنوان برآورد  $\theta$  بگیریم و تابع زیان به صورت  $L(\theta, a) = w(\theta)(\theta - a)^2$  باشد، تابع ریسک را بدست آورید.

۵ نمره ۱،۴۰ فرض کنید  $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$  نمونه‌ای تصادفی از  $X \sim B(1, \theta)$  باشد. مقادیر  $a, b$  را به گونه‌ای پیدا کنید تا آماره  $d = \frac{a + n\bar{X}}{b + n}$  با تابع زیان درجه ۲ بتواند برآوردهای مینیماکس برای  $\theta$  باشد.