

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۷۱۷۰

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- فرض کنید X_1 و X_2 متغیرهای تصادفی مستقل بردار تصادفی X باشند. اگر $Y_1 = X_1 + X_2$ و $Y_2 = X_1 - X_2$ باشند. قدر مطلق ژاکوبین تبدیل چیست؟

۱. ۱ ۲. ۰ ۳. $-\frac{1}{5}$ ۴. $\frac{1}{5}$

۲- اگر $E(X) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ باشد. مقدار $E(XX')$ چیست؟

۱. ۳ ۲. ۱۰ ۳. ۱۵ ۴. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$

۳- اگر $E(X) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\Sigma = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$ باشد. $E(X'X)$ چیست؟

۱. ۳ ۲. ۱۰ ۳. ۱۵ ۴. $\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 4 & 10 \end{bmatrix}$

۴- کدام مورد زیر درباره ماتریس همبستگی صحیح نیست؟

۱. ماتریس همبستگی یک ماتریس معین مثبت است.
۲. اثر آن برابر بعد ستونها و یا سطرهاى آن است.
۳. مقادیر ویژه آن ممکن است منفی باشد.
۴. دترمینان ماتریس همبستگی ضریبی از دترمینان ماتریس کوواریانس است.

۵- اگر $\phi_1(x, y)$ و $\phi_2(x, y)$ چگالی های نرمال دو متغیره با میانگین مشترک صفر و واریانس مشترک ۱ و ضریب همبستگی

متفاوت ρ_1 و ρ_2 و $f(x, y) = \frac{1}{2}[\phi_1(x, y) + \phi_2(x, y)]$ یک چگالی توأم باشند. تحت چه شرطی ناهمبستگی بین X و Y برقرار است؟

۱. همواره برقرار است. ۲. $\rho_1 = -\rho_2$
۳. هیچگاه برقرار نمی شود. ۴. $\rho_1 = \rho_2$

۶- اگر بردار تصادفی X به دو زیر بردار X_1 و X_2 و ماتریس کوواریانس آن به صورت $\begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{bmatrix}$ افراز شده باشند. تحت

چه شرطی دو بردار X_1 و $X_2 + AX_1$ از یکدیگر مستقل خواهند بود؟ (A ماتریس است).

۱. $\Sigma_{12} - A\Sigma_{11} = 0$ ۲. $\Sigma_{12} + A\Sigma_{11} = 0$ ۳. $\Sigma_{12} - A\Sigma_{22} = 0$ ۴. $\Sigma_{12} + A\Sigma_{22} = 0$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۷- اگر \mathbf{X} یک بردار تصادفی با مولفه های x_1, \dots, x_4 و دارای توزیع نرمال چهارمتغیره با بردار امیدریاضی

$$\begin{bmatrix} \frac{x_4}{2} - \frac{x_2}{3} + 1.5 \\ 4 - \frac{2x_2}{3} \end{bmatrix}$$

۱. $\frac{45}{6}$ ۲. $\frac{19}{3}$ ۳. ۱ ۴. ۲

۸- اگر \mathbf{X} یک بردار تصادفی با مولفه های x_1, \dots, x_4 و دارای توزیع نرمال چهارمتغیره با بردار امیدریاضی

$$\begin{bmatrix} \frac{x_4}{2} - \frac{x_2}{3} + 1.5 \\ 4 - \frac{2x_2}{3} \end{bmatrix}$$

۱. $\frac{19}{3}$ ۲. $\frac{45}{6}$ ۳. ۲ ۴. ۱

۹- اگر $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)'$ یک بردار تصادفی دارای توزیع نرمال سه متغیره با $\mu = (1, 2, 3)'$ و

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

باشند. با فرض $\mathbf{X}_1 = (X_1, X_2)'$ ، $\Sigma_{\mathbf{X}_1 | X_3}$ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 2 \\ 1 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 7 \\ 2 & 4 \\ 7 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix}$ ۴. \mathbf{I}_2

۱۰- اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع $N_p(\mu, \Sigma)$ باشند. واریانس $\frac{\mathbf{L}'\bar{\mathbf{X}}}{\mathbf{L}'\mathbf{L}}$ چیست؟

۱. $\frac{\mathbf{L}'\Sigma\mathbf{L}}{np^2}$ ۲. $\frac{\mathbf{L}'\Sigma\mathbf{L}}{p}$ ۳. $\frac{\mathbf{L}\Sigma\mathbf{L}'}{np}$ ۴. نامشخص

۱۱- تحت چه شرایطی عبارت درجه دوم $\mathbf{X}'\mathbf{A}\mathbf{X}$ دارای توزیع کای اسکور باشد؟

۱. \mathbf{A} متقارن باشد. ۲. \mathbf{A} خود توان ۳. \mathbf{X} دارای توزیع نرمال باشد. ۴. هر سه مورد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۱۲- اگر ماتریس کوواریانس نمونه ای $S = \begin{bmatrix} 7.82 & 7.93 & 7.98 \\ 7.93 & 9.38 & 8.87 \\ 7.98 & 8.87 & 9.79 \end{bmatrix}$ باشد، بر آورد ماکسیمم درستنمایی ρ کدام است؟

($\Sigma = [(1-\rho)I_p + \rho LL']$)

۰/۹۱۸ .۴

۰/۸۸ .۳

۹ .۲

۰/۹۸۱ .۱

۱۳- اگر ماتریس کوواریانس نمونه ای $S = \begin{bmatrix} 7.82 & 7.93 & 7.98 \\ 7.93 & 9.38 & 8.87 \\ 7.98 & 8.87 & 9.79 \end{bmatrix}$ باشد، بر آورد ماکسیمم درستنمایی σ^2 کدام است؟

($\Sigma = [(1-\rho)I_p + \rho LL']$)

۱۲ .۴

۱۱ .۳

۱۰ .۲

۹ .۱

۱۴- براساس نمونه ای تصادفی به حجم ۱۰ از بردار تصادفی X مقدار بردار میانگین $(2,3)'$ به دست آمده است. با فرض

$$V = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \text{ و } \mu = (5,1)'$$

مقدار $\sum_{i=1}^n (X_i - \mu)(X_i - \mu)'$ چیست؟

۰۴ قابل محاسبه نیست.

$$\begin{bmatrix} 91 & 58 \\ 58 & 44 \end{bmatrix} .۳$$

$$\begin{bmatrix} 91 & 44 \\ 44 & 11 \end{bmatrix} .۲$$

 I_2 .۱

۱۵- اگر بردار تصادفی X دارای توزیع نرمال چهاربعدهی با بردار امید ریاضی صفر و ماتریس کوواریانس با درایه های $\sigma_{ii} = 4$ ($i=1,2,3,4$) و بقیه ی $\sigma_{ij} = 1$ ($i \neq j$) ها باشند. آنگاه $\rho_{12,34}$ چیست؟

0/5 .۴

-0/45 .۳

 $\frac{1}{6}$.۲

0/45 .۱

۱۶- اگر بردار تصادفی X دارای توزیع نرمال چهاربعدهی با بردار امید ریاضی صفر و ماتریس کوواریانس با درایه های

$$\Sigma_{pp}^{-1} = \frac{1}{18} \begin{bmatrix} 5 & -1 & -1 \\ -1 & 5 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

باشد. آنگاه $\rho_{1,234}$ کدام است؟

 $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.۴ $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$.۳ $-\frac{1}{\sqrt{2}}$.۲ $\frac{1}{\sqrt{2}}$.۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۱۷- براساس یک نمونه تصادفی 10^3 تایی از زوج (X, Y) برآورد ρ ، $r = 0.4$ می باشد. توزیع حدی $W = \ln \sqrt{\frac{1+r}{1-r}}$ چیست؟

۱. $N(42, 1)$ ۲. $N(0.42, 0.01)$ ۳. $N(0.42, 0.1)$ ۴. $N(0.24, 0.01)$

۱۸- بر اساس نمونه ای تصادفی به حجم ۲۵ از $X = (X_1, X_2, X_3)'$ ماتریس کوواریانس نمونه ای S به دست آمده است. مقدار آماره F فرض $\rho_{1,2,3} = 0$ کدام است؟

۱. $3/12$ ۲. $0/312$ ۳. $21/3$ ۴. $2/13$

۱۹- برای داده های یک متغیره X_1, \dots, X_n با میانگین هندسی $g_1 = \prod_{i=1}^n X_i^{1/n}$ تبدیل توانی برای داده های مثبت کدام است؟

۱. $\begin{cases} \frac{X_i^{\lambda+1}}{\lambda g_1^{\lambda-1}} & \lambda \neq 0 \\ g_1 \ln(X_i) & \lambda = 0 \end{cases}$ ۲. $\begin{cases} \frac{X_i^{\lambda-1}}{\lambda g_1^{\lambda-1}} & \lambda \neq 0 \\ g_1 \ln(X_i - 1) & \lambda = 0 \end{cases}$
۳. $\begin{cases} \frac{X_i^{\lambda-1}}{\lambda g_1^{\lambda-1}} & \lambda \neq 0 \\ g_1 \ln(X_i) & \lambda = 0 \end{cases}$ ۴. $\begin{cases} \frac{X_i^{\lambda}}{\lambda g_1^{\lambda-1}} & \lambda \neq 0 \\ g_1 \ln(X_i) & \lambda = 0 \end{cases}$

۲۰- فرض کنید ماتریس داده های مربوط به یک نمونه تصادفی ۳ تایی از جامعه نرمال دو متغیره به صورت $\begin{bmatrix} 8 & 6 & 10 \\ 6 & 9 & 6 \end{bmatrix}$ است. با فرض $\mu_0 = (9, 5)'$ مقدار آماره T^2 چیست؟

۱. 7 ۲. 9 ۳. $\frac{9}{7}$ ۴. $\frac{7}{9}$

۲۱- فرض کنید داده های مربوط به یک نمونه تصادفی به اندازه $n = 3$ از جامعه نرمال دو متغیره به صورت زیر بدست آمده باشد.

اگر $\langle x \rangle = \begin{bmatrix} 8 & 6 & 10 \\ 3 & 9 & 6 \end{bmatrix}$ باشد مقدار T^2 برابر است با:

۱. $\frac{7}{9}$ ۲. $\frac{4}{9}$ ۳. $\frac{25}{3}$ ۴. $\frac{7}{3}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۲۲- برای آزمون بردار میانگین در حالت چند متغیره از جامعه نرمال، اگر ماتریس کوواریانس معلوم باشد توزیع آماره آزمون چه نام دارد؟

۱. نرمال ۲. فیشر ۳. کای اسکور ۴. تی استودنت

۲۳- متغیر تصادفی $U_{p,m,f}$ با کدام متغیر هم توزیع است؟

۱. $U_{m,p,f+m-p}$ ۲. $U_{p,m,f-m-p}$ ۳. $U_{p,m,f-m}$ ۴. $U_{m,p,f+m}$

۲۴- در آزمون $H_0: \Sigma = S$ چند پارامتر به طور همزمان مورد آزمون قرار می گیرد؟

۱. $\frac{p(p-1)}{2}$ ۲. $\frac{p(p+1)}{2}$ ۳. p^2 ۴. $(p-1)^2$

۲۵- در آزمون $H_0: \Sigma = I$ مقدار آماره آزمون به چه کمیت هایی بستگی دارد؟

۱. دترمینان و اثر S ۲. دترمینان S ۳. اثر S ۴. وارون S

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- بر اساس یک نمونه تصادفی Y_1, \dots, Y_n از توزیع $N(\theta, 1)$ متغیرهای زیر را تعریف می کنیم. توزیع $U' = (U_1, \dots, U_{n-1})$ را بیابید.
 $U_i = Y_{i+1} - Y_i, i = 1, 2, \dots, n-1$

۱.۴۰ نمره

۲- اگر X دارای توزیع نرمال $N(\mu L, I_n)$ که در آن L برداری با مولفه های یک است. به روش ماتریسی ثابت کنید که $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ توزیع کای اسکور به n-1 درجه آزادی دارد.

۱.۴۰ نمره

۳- ماتریس کوواریانس افراز شده با ماتریسهای زیر را در نظر بگیرید. مقادیر همبستگیهای کانونی را به دست آورید.

$$\Sigma_{11} = \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}, \Sigma_{22} = \begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 7 \end{bmatrix}, \Sigma_{12} = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$$

۱.۴۰ نمره

۴- اگر X_1, \dots, X_n نمونه تصادفی از توزیع $N_p(\mu, \Sigma)$ و $\mu' = (\mu_1, \dots, \mu_p)$ میانگین یک جامعه ی p متغیره ی نرمال باشد. آماره ی آزمون $H_0: \mu_1 = \dots = \mu_p$ در مقابل $H_1: \mu_i \neq \mu_j, \exists i \neq j$ را به دست آورید.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۷۰

۵- دو سری داده به اندازه ۱۰ به وسیله ی نرم افزاری از نرمال استاندارد تولید نموده ایم و ماتریس کوواریانس نمونه

۱.۴۰ نمره

$$S = \begin{bmatrix} 0.29141 & -0.47425 \\ -0.47425 & 1.37003 \end{bmatrix} \text{ ای به دست آمده است. در سطح خطای پنج درصد فرضیه } \Sigma = I_2 \text{ را}$$

بیازمایید. ($\chi^2 = 7.8147$).