

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- فرض کنید چگالی متغیرهای X_i , $i = 1, 2, 3$ به صورت $f(x) = \frac{1}{6}$, $x = 1, 2, \dots, 6$ باشد، در این صورت توزیع Y_3 کدام گزینه است؟

$$F(x) = \begin{cases} 0, & y < 1 \\ (y/3)^6, & 1 \leq y \leq 3 \\ 1, & y \geq 3 \end{cases} \quad .2$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & y < 1 \\ ([y] / 6)^3, & 1 \leq y \leq 6 \\ 1, & y \geq 6 \end{cases} \quad .1$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & y < 6 \\ ([y] / 3)^6, & 6 \leq y \leq 9 \\ 1, & y \geq 9 \end{cases} \quad .4$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & y < 3 \\ (y/6)^3, & 3 \leq y \leq 6 \\ 1, & y \geq 6 \end{cases} \quad .3$$

۲- فرض X, Y, Z سه تا متغیر تصادفی و $g(\cdot)$ یک تابع باشد. اگر $X \stackrel{d}{=} Y$ باشد، آنگاه کدام گزینه زیر درست است؟

$$g(Z) \stackrel{d}{=} g(Y) \quad .4 \quad Z = Y \quad .3 \quad g(X) \stackrel{d}{=} g(Y) \quad .2 \quad X = Z \quad .1$$

۳- اگر v_3, v_5 دو آماره ترتیبی برای یک نمونه تصادفی 9 تایی از توزیع $U(0,1)$ باشد کدام عبارت درست است؟

$$v_5 - v_3 \stackrel{d}{=} v_1 \quad .4 \quad v_5 - v_3 \stackrel{d}{=} v_5 \quad .3 \quad v_5 - v_3 \stackrel{d}{=} v_3 \quad .2 \quad v_5 - v_3 \stackrel{d}{=} v_2 \quad .1$$

۴- فرض کنید متغیر تصادفی X دارای توزیع $F(x)$ باشد. پارامتر Q_p چندک مرتبه p ($0 < p < 1$) برای $F(x)$ می نامیم اگر:

$$P(X \leq Q_p) \leq p \leq P(X < Q_p) \quad .2 \quad P(X < Q_p) < p \leq P(X \leq Q_p) \quad .1$$

$$P(X < Q_p) \leq p < P(X \leq Q_p) \quad .4 \quad P(X < Q_p) \leq p \leq P(X \leq Q_p) \quad .3$$

۵- نمونه 30 تایی مرتب شده زیر که از توزیع $F(x)$ انتخاب شده اند را در نظر بگیرید. برآورد Q_{30} کدام گزینه است؟

۲۲:۲۱:۲۱:۲۰:۲۰:۱۹:۱۹:۱۸:۱۸:۱۸:۱۷:۱۶:۱۵:۱۵:۱۴:۱۳:۱۳:۱۲:۱۱:۱۱:۱۰:۱۰:۹:۸:۷:۶:۵:۵:۴:۳

$$11 \quad .4 \quad 11 \text{ یا } 10 \quad .3 \quad 10 \text{ یا } 9 \quad .2 \quad 10 \quad .1$$

۶- اگر متغیر تصادفی X دارای چگالی $f(x) = 3x^2, 0 < x < 1$ باشد مقدار چارک اول چقدر است؟

$$0/37 \quad .4 \quad 0/75 \quad .3 \quad 0/63 \quad .2 \quad 0/25 \quad .1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۷۱۶۷

۷- اگر C_1, C_2, \dots, C_6 پوشش چگالی $f(x)$ باشد، چگالی توأم این پوشش کدام گزینه است؟

۱. $\frac{3}{2}$ ۲. ۶ ۳. $\frac{1}{5}$ ۴. ۴

۸- یک نمونه تصادفی X_1, X_2, \dots, X_5 از توزیع پیوسته را در نظر بگیرید. مقدار احتمال $P(X_2 < X_3 < X_1 < X_5 < X_4)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{24}$ ۲. $\frac{3}{24}$ ۳. $\frac{3}{120}$ ۴. $\frac{1}{120}$

۹- اگر X, Y نمونه های از دو جامعه با توزیع $F(x)$ و $G(Y)$ باشند، در ترتیب $xyxyx$ مقدار آماره W_s

برابر کدام گزینه است؟

۱. ۶ ۲. ۸ ۳. ۴ ۴. ۲

۱۰- در آزمون مقایسه توزیع دو جامعه اگر W_s آماره آزمون ویلکاکسون باشد چنانچه نمونه های انتخابی از دو جامعه به صورت X_1, X_2, \dots, X_5 و Y_1, Y_2, \dots, Y_6 باشند، مقدار $E(W_s)$ برابر کدام گزینه است؟

۱. $\frac{11}{2}$ ۲. ۶ ۳. ۵ ۴. $\frac{11}{2}$

۱۱- اگر W_s آماره آزمون ویلکاکسون باشد چنانچه نمونه های انتخابی از دو جامعه به صورت X_1, X_2, \dots, X_m و Y_1, Y_2, \dots, Y_n باشند، کدام گزینه حاصل مجموع W_s و W_R است؟

$$\frac{(m+n)(m+n+2)}{2} \quad \cdot 2 \qquad \frac{(m+n-1)(m+n+1)}{2} \quad \cdot 1$$

$$\frac{(m+n)(m+n+1)}{2} \quad \cdot 4 \qquad \frac{(m+n)(m+n-1)}{2} \quad \cdot 3$$

۱۲- فرض Y_1, Y_2, \dots, Y_n و X_1, X_2, \dots, X_m از دو جامعه به ترتیب با توزیع های $G(Y)$ و $F(x)$ باشند. اگر W_{XY} آماره من-

ویتی برای مقایسه دو جامعه باشد، کدام گزینه زیر مفهوم آن را بیان می کند؟

$$W_{XY} = \text{شماره } (X_i, Y_j) \text{؛ که } X_i \leq Y_j \quad \cdot 1 \qquad W_{XY} = \text{شماره } (X_i, Y_j) \text{؛ که } X_i < Y_j \quad \cdot 2$$

$$W_{XY} = \text{شماره } (X_i, Y_j) \text{؛ که } X_i > Y_j \quad \cdot 3 \qquad W_{XY} = \text{شماره } (X_i, Y_j) \text{؛ که } X_i \geq Y_j \quad \cdot 4$$

۱۳- فرض کنید که X_1, X_2, \dots, X_m و Y_1, Y_2, \dots, Y_n دو نمونه ی تصادفی از دو جامعه مستقل به ترتیب با توزیع های $F(x)$ و $G(y)$ باشند. برای آزمون $H_0: c = 0$ vs $H_1: c > 0$ اگر $\Pi(c)$ توان آزمون من ویتنی و $c_1 > c_2$ باشند، کدام گزینه

درست است؟

$$\Pi(c_1) > \Pi(c_2) \quad \cdot 1 \qquad \Pi(c_1) \geq \Pi(c_2) \quad \cdot 2 \qquad \Pi(c_1) < \Pi(c_2) \quad \cdot 3 \qquad \Pi(c_1) \leq \Pi(c_2) \quad \cdot 4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

۱۴- فرض کنید که X_1, X_2, \dots, X_n و Y_1, Y_2, \dots, Y_n دو دسته نمونه تصادفی از دو جامعه مستقل به ترتیب با توزیع های $F(x)$ و $G(y)$ و همچنین $Z_i = Y_i - X_i$ باشند. برای آزمون $H_0: c = 0$ vs $H_1: c > 0$ با استفاده از آزمون نشانه ای باشد و شماره Z_i مثبت را با B نشان دهیم، توزیع B کدام گزینه زیر است؟

۱. $B\left(\frac{n}{2}, 0.25\right)$ ۲. $B\left(\frac{n}{2}, 0.5\right)$ ۳. $B(n, 0.25)$ ۴. $B(n, 0.5)$

۱۵- آزمون ناپارامتری کرسکال والیس معادل کدام آزمون زیر است؟

۱. مقایسه نسبت موفقیت در دو جامعه
۲. مقایسه واریانس دو جامعه نرمال
۳. آزمون برازش یک نمونه به یک توزیع مشخص
۴. آزمون مقایسه میانگین چند جامعه نرمال

۱۶- در ضریب همبستگی کندال اگر Π_c و Π_d به ترتیب میزان تغییرات X و Y در یک سو و میزان ناهماهنگی X و Y باشند کدام رابطه بین آن دو برقرار است؟

۱. $\Pi_c - \Pi_d = 1$ ۲. $\Pi_c - \Pi_d = 0$ ۳. $\Pi_c + \Pi_d = 1$ ۴. $\Pi_c + \Pi_d = 0$

۱۷- اگر متغیر تصادفی X مقادیر ۲- و ۰ و ۲ را با احتمال های $1/2$ و $1/6$ و $1/2$ بگیرد مقدار ضریب همبستگی X و $Y = |X|$ چقدر است؟

۱. بزرگتر از صفر ۲. صفر ۳. کوچکتر از صفر ۴. یک

۱۸- جایگشت ها $xyxyxyxyxyxy$ را در نظر بگیرید تعداد دوهای نوع $(R_1)x$ و نوع $(R_2)y$ به ترتیب کدامند؟

۱. ۴ و ۳ ۲. ۴ و ۳ ۳. ۵ و ۷ ۴. ۷ و ۵

۱۹- فرض یکی از جایگشت های ممکن دو نمونه به صورت $xyxyxyxyxyxy$ باشد. اگر تعداد دوهای نوع x را با R_1 و نوع y را با R_2 نشان دهیم $f_{R_1}(2)$ کدام گزینه است؟

۱. $\frac{82}{157}$ ۲. $\frac{75}{157}$ ۳. $\frac{163}{198}$ ۴. $\frac{35}{198}$

۲۰- فرض یکی از جایگشت های ممکن $7y$ و $5x$ به صورت $xyxyxyxyxyxy$ باشد. اگر تعداد دوهای نوع x را با R_1 و نوع y را با R_2 نشان دهیم $f_{R_1, R_2}(4, 6)$ کدام گزینه است؟

۱. $\frac{1}{33}$ ۲. $\frac{32}{33}$ ۳. $\frac{21}{49}$ ۴. $\frac{28}{49}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۷۱۶۷

۲۱- فرض یکی از جایگشت های ممکن y_7 و x_5 به صورت $yyxyxyxyxxx$ باشد. اگر تعداد دوهای نوع x را با R_1 و نوع y را با R_2 نشان دهیم. $E(R_1)$ کدام گزینه است؟

۱. $\frac{28}{36}$ ۲. $\frac{20}{36}$ ۳. $\frac{40}{12}$ ۴. $\frac{42}{12}$

۲۲- در آزمون کای دو برای برازش به توزیع نرمال با میانگین و واریانس مجهول اگر تعداد ۶۰ نمونه داشته باشیم و دامنه نمونه ها را به ۷ دسته تقسیم کنیم به طوری که فراوانی هر طبقه بیشتر از ۵ باشد درجه آزادی آماره کای دو چقدر است؟

۱. ۷ ۲. ۵ ۳. ۲ ۴. ۱

۲۳- آماره آزمون کدام گزینه زیر بر اساس توزیع تجربی نمونه های انتخابی ساخته شده است؟

۱. کروسکال والیس ۲. کلموگروف اسمیرنوف ۳. ویلکاکسون ۴. جایگشتی

۲۴- فرض کنید که X_1, X_2, \dots, X_m و Y_1, Y_2, \dots, Y_n دو دسته نمونه تصادفی از دو جامعه مستقل به ترتیب با توزیع های $F(x)$ و $G(y)$ باشند. برای مقایسه میانگین دو جامعه به وسیله روش جایگشتی تعداد جایگشت های ممکن چند تا است؟

۱. $\frac{(m+n+1)!}{(m+1)!(n+1)!}$ ۲. $\frac{(m+n)!}{(m+1)!(n+1)!}$ ۳. $\frac{(m+n)!}{(m)!(n)!}$ ۴. $\frac{(m+n+1)!}{(m)!(n)!}$

۲۵- فرض کنید که X_1, X_2, \dots, X_m و Y_1, Y_2, \dots, Y_n دو دسته نمونه تصادفی از دو جامعه مستقل به ترتیب با توزیع های $F(x)$ و $G(y)$ باشند. برای مقایسه میانگین دو جامعه به وسیله روش جایگشتی اگر $\bar{y} - \bar{x}$ آماره آزمون باشد میانگین و واریانس آن به ترتیب کدام گزینه است؟

۱. صفر و $\frac{m+n}{m+n-1} [1/m+1/n] \sigma^2$ ۲. صفر و $\frac{m+n+1}{m+n-1} [1/m+1/n] \sigma$ ۳. یک و $\frac{m+n-1}{m+n} [1/m+1/n] \sigma$ ۴. یک و $\frac{m+n-1}{m+n+1} [1/m+1/n] \sigma$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۷۱۶۷

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- قضیه تبدیل انتگرال احتمال را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- اگر X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از چگالی $f(x)$ باشد و رتبه آنها را با R_i نشان دهیم، آنگاه تابع چگالی R_i ، امید ریاضی و واریانس آن را به دست آورید؟

۱.۴۰ نمره

۳- برای یک نمونه ۱۶ تایی از توزیع پیوسته و صعودی Q_3 یک فاصله اطمینان نود درصدی برای چارک سوم Q_3 به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۴- برای یک نمونه تصادفی از توزیع پیوسته و اکیدا صعودی $F(x)$ با چگالی $f(x)$ در نظر می گیریم. آماره های ترتیبی این نمونه یعنی Y_1, Y_2, \dots, Y_n تشکیل n نقطه تصادفی روی محور طول ها می دهند. سطح زیر منحنی $f(x)$ به وسیله این نقاط به $n+1$ قطعه تصادفی C_1, C_2, \dots, C_{n+1} تقسیم می شود. نشان دهید امید ریاضی این قطعات برابر $\frac{1}{n+1}$ و واریانس این قطعات برابر $\frac{n}{(n+1)^2(n+2)}$ است.

۱.۴۰ نمره

۵- برای یک نمونه تصادفی از توزیع پیوسته و اکیدا صعودی $F(x)$ با چگالی $f(x)$ در نظر می گیریم. آماره های ترتیبی این نمونه یعنی Y_1, Y_2, \dots, Y_n تشکیل n نقطه تصادفی روی محور طول ها می دهند. سطح زیر منحنی $f(x)$ به وسیله این نقاط به $n+1$ قطعه تصادفی C_1, C_2, \dots, C_{n+1} تقسیم می شود. ضریب همبستگی C_i, C_j را به دست بیاورید.