

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) (۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی

مهندسی صنایع (چندبخشی) (۱۱۲۲۰۷۸ -، ۱۱۱۷۱۴۴

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر چگالی احتمال  $X$  به صورت  $f(x) = \begin{cases} 6x(1-x), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{وگرنه} \end{cases}$  باشد، چگالی احتمال  $Y = X^3$  را بیابید؟

$$g(y) = (y^{\frac{1}{2}} + 1), \quad 0 < y < 1 \quad .۲$$

$$g(y) = 2(y^{\frac{1}{3}} - 1), \quad 0 < y < 1 \quad .۱$$

$$g(y) = 3(y^{\frac{2}{3}} - 2), \quad 0 < y < 1 \quad .۴$$

$$g(y) = 3(y^{\frac{2}{3}} - 2y), \quad 0 < y < 1 \quad .۳$$

۲- اگر  $F(x)$  مقدار تابع توزیع متغیر تصادفی پیوسته  $X$  به ازای  $x$  باشد، چگالی احتمال  $Y = F(X)$  کدام است؟

گاما .۴

یکنواخت .۳

نمایی .۲

نرمال .۱

۳- اگر چگالی توأم  $X_1, X_2$  به صورت  $f(x_1, x_2) = e^{-(x_1+x_2)}, x_1, x_2 > 0$  باشد، تابع چگالی  $Y = \frac{X_1}{X_1 + X_2}$  را به دست

آورید؟

یکنواخت .۴

وایبل .۳

نمایی دوگانه .۲

گاما .۱

۴- اگر  $X_1, X_2$  متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع یکنواخت روی بازه صفر و یک باشند، چگالی  $Y = X_1 + X_2$  کدام است؟

$$h(y) = \begin{cases} y, & 0 < y < 1 \\ 2-y, & 1 < y < 2 \end{cases} \quad .۲$$

$$h(y) = \begin{cases} y, & 0 < y < 1 \\ 0, & 1 < y < 2 \end{cases} \quad .۱$$

$$h(y) = \begin{cases} y-1, & 0 < y < 1 \\ 2+y, & 1 < y < 2 \end{cases} \quad .۴$$

$$h(y) = \begin{cases} 1-y, & 0 < y < 1 \\ 2y-1, & 1 < y < 2 \end{cases} \quad .۳$$

۵- فرض کنید  $X = \ln Y$  دارای توزیع نرمال با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد، چگالی احتمال  $Y$  کدام است؟

کوشی .۴

نرمال استاندارد .۳

نرمال .۲

لگ نرمال .۱

۶- با فرض این که  $X_i$  ها متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع پواسن با پارامتر  $\lambda$  باشند، تابع مولد گشتاور  $Y = \sum_{i=1}^n X_i$  را

بیابید؟

$$1 + \lambda(e^t - 1) \quad .۴$$

$$e^{n\lambda(e^t - 1)} \quad .۳$$

$$(1 - \lambda t)^{-n} \quad .۲$$

$$e^{\lambda(e^t - 1)} \quad .۱$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی

۱۱۱۷۱۴۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

۷- قانون اعداد بزرگ کدام است؟

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P(|\bar{X} - \mu| < c) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}) = 0 \quad .2$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P(|\bar{X} - \mu| < c) \geq 1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}) = 1 \quad .1$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P(|\bar{X} - \mu| > c) \leq 1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}) = 1 \quad .4$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (P(|\bar{X} - \mu| < c) \leq 1 - \frac{\sigma^2}{nc^2}) = 1 \quad .3$$

۸- اگر  $\bar{X}$  میانگین نمونه تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه منتهای به اندازه  $N$  با میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد، آنگاه  $\text{var}(\bar{X})$  کدام است؟

$$\frac{N-n}{N} \frac{\sigma^2}{n} \quad .4$$

$$\frac{N-1}{N-n} \frac{\sigma^2}{n} \quad .3$$

$$\frac{N-n}{N-1} \frac{\sigma^2}{n} \quad .2$$

$$\frac{\sigma^2}{n} \quad .1$$

۹- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از یک جامعه نامتناهی باشد، آنگاه به ازای  $r = 1, 2, \dots, n$  مقدار  $\text{cov}(X_r - \bar{X}, \bar{X})$  چقدر است؟

$$\text{صفر} \quad .4$$

$$1 \quad .3$$

$$\text{var}(X) \quad .2$$

$$\text{var}(\bar{X}) \quad .1$$

۱۰- گزینه درست را بیابید؟

$$E\left(\frac{1}{V}\right) = \frac{1}{m-2} \quad .1$$

اگر  $V$  دارای توزیع خی دو با  $m$  درجه آزادی باشد، آنگاه

۲. اگر  $T$  دارای توزیع  $t$  با ۴ درجه آزادی باشد، آنگاه  $Y = T^2$  دارای توزیع  $F$  با ۱ و ۴ درجه آزادی است.

$$f_{1-\alpha, n, m} = \frac{1}{f_{\alpha, m, n}} \quad .3$$

۴. همه موارد

۱۱- برای نمونه های تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای نمایی با پارامتر  $\theta$ ، توزیع  $Y_1$  اولین آماره ترتیبی کدام است؟

$$\text{کوشی} \quad .4$$

$$\text{نمایی با پارامتر } \theta \quad .3$$

$$\text{نمایی با پارامتر } n\theta \quad .2$$

$$\text{فیشر} \quad .1$$

۱۲- اگر  $X$  دارای توزیع دوجمله ای با پارامتر  $n$  و  $\theta$  باشد، برآوردکننده ناریب برای پارامتر  $\theta$  کدام است؟

$$X \quad .4$$

$$\frac{X}{n} \quad .3$$

$$2X \quad .2$$

$$nX \quad .1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی

۱۱۱۷۱۴۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

۱۳- فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  نمونه ای تصادفی از جامعه ای با چگالی  $f(x) = e^{-(x-\delta)}, x > \delta$  باشد. برآوردکننده نارایب برای  $\delta$  را به دست آورید؟

۱.  $\bar{X}$       ۲.  $\bar{X} + 1$       ۳.  $1 - \bar{X}$       ۴.  $\bar{X} - 1$

۱۴- فرض کنید  $b(\theta)$  میزان آریبی برآوردکننده  $\theta$  باشد، اگر داشته باشیم  $\lim_{n \rightarrow \infty} b(\theta) = 0$  آنگاه این برآوردکننده چه نام دارد؟

۱. نارایب      ۲. مجانباً نارایب      ۳. کارا      ۴. مجانباً کارا

۱۵- برآوردکننده نارایب با کمترین واریانس برای میانگین جامعه ای نرمال  $\mu$ ، کدام گزینه است؟

۱.  $\bar{X}$       ۲.  $2\bar{X}$       ۳.  $n\bar{X}$       ۴.  $\bar{X}/n$

۱۶- اگر  $\hat{\theta}$  برآوردکننده ای نارایب برای پارامتر  $\theta$  باشد و وقتی  $n \rightarrow \infty$ ، داشته باشیم  $\text{var}(\hat{\theta}) \rightarrow 0$  آنگاه این برآوردکننده چه نام دارد؟

۱. ناسازگار      ۲. بسنده      ۳. سازگار      ۴. نارایب

۱۷- اگر  $x_1, x_2, \dots, x_n$  مقادیر نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه یکنواخت پیوسته ای روی بازه  $(\alpha=0, \beta)$  باشند، برآوردکننده ماکسیمم درستنمایی  $\beta$  کدام گزینه است؟

۱.  $\bar{X}$       ۲.  $1/\bar{X}$       ۳.  $Y_1$  اولین آماره ترتیبی      ۴.  $Y_n$  nامین آماره ترتیبی

۱۸- اگر نمونه ای تصادفی به اندازه  $n=20$  از یک جامعه نرمال با واریانس ۲۲۵ دارای میانگین  $64/3$  باشد، یک فاصله اطمینان ۹۵ درصد برای میانگین جامعه ( $\mu$ ) بیابید؟ (عدد جدول ۱/۹۶ است)

۱.  $(62/3 < \mu < 68/4)$       ۲.  $(57/7 < \mu < 70/9)$       ۳.  $(14/5 < \mu < 42/7)$       ۴.  $(52/1 < \mu < 60/2)$

۱۹- مطالعه ای برای تعیین نسبت رای دهندگانی که در جامعه ای بزرگ طرفدار ساختن یک کارخانه برق اتمی اند، انجام شده است. اگر ۱۴۰ نفر از ۴۰۰ نفر رای دهند که به تصادف انتخاب شده اند، موافق پروژه باشند، کران بالای فاصله اطمینان ۹۹ درصد، برای درصد موافقان چقدر است؟ (عدد جدول ۲/۵۷۵)

۱. ۰/۴۳۹      ۲. ۰/۳۷۷      ۳. ۰/۴۱۱      ۴. ۰/۳۸۴

۲۰- در کدام گزینه، تعریف خطای نوع دوم قرار دارد؟

۱. احتمال قبول فرض صفر، وقتی فرض صفر درست است.      ۲. احتمال قبول فرض صفر، وقتی فرض صفر نادرست است.  
۳. احتمال قبول فرض یک، وقتی فرض صفر درست است.      ۴. احتمال قبول فرض یک، وقتی فرض صفر نادرست است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی

۱۱۱۷۱۴۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

۲۱- اگر  $\lambda = \frac{\max L_0}{\max L}$  مقداری از آماره نسبت درستنمایی  $\Lambda$  باشد، برای  $n$  بزرگ، توزیع  $-2 \ln \Lambda$ ، تحت شرایطی بسیار کلی،

به چه توزیعی میل می کند؟

۰۲. فیشر

۰۱. خی دو با یک درجه آزادی

۰۴. خی دو با ۲ درجه آزادی

۰۳. تی

۲۲- فرض کنید که بنا بر تجربه می دانیم که انحراف معیار وزن بسته های ۸ اونسی نان شیرینی هایی که در یک شیرینی پزی تهیه می شوند،  $16/0$  اونس است. برای تحقیق درباره این که میانگین واقعی بسته ها ۸ اونس است یا خیر، نمونه ای ۲۵ تایی از بسته ها انتخاب و ملاحظه می شود که میانگین وزن آن ها  $8/091$  اونس است. فرض صفر و یک کدام است؟

$$\begin{cases} H_0: \mu = 8/091 \\ H_1: \mu \neq 8/091 \end{cases} \quad 04$$

$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 8/091 \\ H_1: \mu < 8/091 \end{cases} \quad 03$$

$$\begin{cases} H_0: \mu \geq 8 \\ H_1: \mu < 8 \end{cases} \quad 02$$

$$\begin{cases} H_0: \mu = 8 \\ H_1: \mu \neq 8 \end{cases} \quad 01$$

۲۳- آماره آزمون مناسب برای بررسی فرضیه  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  (فرضیه واریانس یک جامعه)، کدام است؟

۰۴.  $\chi^2$ ۰۳.  $F$ ۰۲.  $T$ ۰۱.  $Z$ 

۲۴- برای یک جدول توافقی  $3 \times 3$  مقدار ماکسیمم ضریب توافقی چقدر است؟

$$\frac{1}{2} \sqrt{5} \quad 04$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{6} \quad 03$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{2} \quad 02$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{3} \quad 01$$

۲۵- اگر چگالی توام متغیرهای تصادفی  $X$  و  $Y$  به صورت  $f(x, y) = xe^{-x(1+y)}, x > 0$  باشد، معادله رگرسیون  $Y$  روی  $X$  را بیابید؟

$$\mu_{Y|x} = x \quad 04$$

$$\mu_{Y|x} = x - 1 \quad 03$$

$$\mu_{Y|x} = \frac{x}{2} \quad 02$$

$$\mu_{Y|x} = \frac{1}{x} \quad 01$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: آمار و احتمال ۲، آمار و احتمال ۲، کاربرد آمار و احتمال در مهندسی صنایع

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۷۰۲۱ -، علوم کامپیوتر، علوم کامپیوتر (چندبخشی) ۱۱۱۷۰۷۸ -، آموزش ریاضی

۱۱۱۷۱۴۴ -، مهندسی صنایع (چندبخشی) ۱۱۲۲۰۷۸

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- اگر  $X$  توزیع نمایی با پارامتر  $\theta$  داشته باشد، با استفاده از روش تابع توزیع، چگالی احتمال متغیر تصادفی  $Y = \ln X$  را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۲- میانگین و واریانس توزیع نمونه گیری  $Y_1$  (اولین آماره ترتیبی) را برای نمونه های تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه یکنواخت پیوسته ای با  $\alpha = 0$  و  $\beta = 1$  به دست آورید؟

۱.۴۰ نمره

۳- برآوردکننده سازگار و برآوردکننده بسنده را تعریف کنید؟

۱.۴۰ نمره

۴- ناحیه بحرانی آزمون نسبت درستنمایی برای آزمون فرض صفر  $H_0: \mu = \mu_0$  در برابر فرض مرکب  $H_1: \mu \neq \mu_0$  را بر مبنای نمونه ای تصادفی به اندازه  $n$  از جامعه ای نرمال با واریانس معلوم  $\sigma^2$  پیدا کنید؟

۱.۴۰ نمره

۵- ثابت کنید اگر رگرسیون  $X$  روی  $Y$  خطی باشد، آن گاه  $\mu_{X|y} = \mu_1 + \rho \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (y - \mu_2)$  ؟