

سری سوال : یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

۱- $P(\cup_i A_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B_n)$ اگر A_1, A_2, \dots یک دنباله از پیشامدهای صعودی و B_i متمم A_i ($i=1,2,\dots$) باشد. آنگاه

کدام مورد درست است؟

۲. $P(\cup_i A_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B_n)$

۱. $P(\cap_i A_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(A_n)$

۴. $P(\cap_i B_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B_n)$

۳. $P(\cup_i B_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} P(B_n)$

۲- اگر X دارای توزیع $P(X = k) = 3^{k-1} (\frac{1}{4})^k, k = 1, 2, \dots$ باشد. مشتق مرتبه دوم تابع مولد آن در نقطه یک چیست؟

۹ . ۴

۲۴ . ۳

۱۱ . ۲

۱۰ . ۱

۳- عددی به تصادف در فاصله $(0,1)$ انتخاب نموده و در صورتی که $X = x$ ، سکه ای که احتمال شیر آمدنش x است را ۱۰۰ بار پرتاب می کنیم احتمال آنکه ۷۸ بار شیر بیاید چیست؟

۴ . $\frac{1}{98}$

۳ . $\frac{1}{101}$

۲ . $\frac{1}{100}$

۱ نامشخص

۴- اگر $\{N_t, t \geq 0\}$ یک فرآیند پواسن باشد. آنگاه ضریب همبستگی N_s و N_{s+u} چیست؟ $u > 0$

۴ . $\frac{s}{s-u}$

۳ . $\sqrt{\frac{s}{s-u}}$

۲ . $\sqrt{\frac{u}{s+u}}$

۱ . $\sqrt{\frac{s}{s-u}}$

۵- اگر A و B دو متغیر تصادفی ناهمبسته با میانگین صفر و واریانس یکسان $X_t = A \cos \omega t + B \sin \omega t$ باشد. کدام مورد درباره فرآیند $\{X_t, t \geq 0\}$ صحیح است.

۲. مانای وسیع است اما مانای اکیدنیت

۱. مانای وسیع و اکید است.

۴. مانای اکید است اما مانای وسیع نیست

۳. نه مانای وسیع و نه مانای اکید است

۶- اگر X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل باشند بطوریکه X_i دارای توزیع نمایی با پارامتر i و $Y = \min(X_1, \dots, X_n)$ فرض شود. آنگاه $P(Y = X_n)$ چیست؟

۴ . $\frac{2}{n+2}$

۳ . $\frac{2}{n+1}$

۲ . $\frac{1}{n+1}$

۱ . $\frac{1}{n+2}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۵۳)، آمار (۱۱۱۷۰۲۹)، ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۷۱۵۶)، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

$$Y = \sum_{i=1}^N X_i \quad -۷$$

در قضیه والد با فرض $i=1$ کدام مورد درست است؟

$$\varphi_N(s) = \varphi_Y(\varphi_X(s)) \quad .۲ \quad \varphi_X(s) = \varphi_Y(\varphi_N(s)) \quad .۱$$

$$\varphi_Y(s) = \varphi_X(\varphi_N(s)) \quad .۴ \quad \varphi_Y(s) = \varphi_X(\varphi_N(s)) \quad .۳$$

 X_1 در زنجیرارنفت ساده با ۶ مهره، امید ریاضی چیست؟

۱. ۵ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۱

 $p = \frac{1}{3}, r = \frac{1}{4}$ در زنجیر قدم زدن تصادفی با فرض مقدار $P(X_2=0)$ چیست؟

 ۱. $\frac{49}{144}$ ۲. $\frac{94}{144}$ ۳. $\frac{94}{414}$ ۴. $\frac{49}{414}$
 $\{0,1,2,3\}$ زنجیر مارکوفی با فضای حالت و احتمالهای تغییر وضعیت

 $p_{32}=1, p_{21}=p_{23}=\frac{1}{2}=p_{11}=2p_{10}=2p_{12}, p_{01}=2p_{00}=\frac{2}{3}$ رادرنظر بگیرید. مقدار $p_{01}^{(2)}$ چیست؟

 ۱. $\frac{5}{9}$ ۲. $\frac{2}{9}$ ۳. $\frac{1}{9}$ ۴. $\frac{1}{19}$
 $f_{01}^{(2)}$ در سوال شماره ۱۰ مقدار چیست؟

 ۱. $\frac{5}{9}$ ۲. $\frac{2}{9}$ ۳. $\frac{1}{9}$ ۴. $\frac{1}{19}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۵۳ - ، آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ - ، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

۱۲- اگر $x \leftrightarrow y$ کدام مورد درست است؟۱. در صورت بازگشتی بودن حالت x ، حالت y نیز بازگشتی است۲. در صورت بازگشتی بودن حالت x ، حالت y گذرا است۳. در صورت گذرا بودن حالت x ، حالت y نیز بازگشتی است۴. در صورت بازگشتی بودن حالت y ، حالت x گذرا است۱۳- در مسئله ورشکستگی قمارباز با فرض $q = \frac{2}{3}, a = 2, b = 3$ احتمال ورشکستگی شخص A چقدر است؟

۴. $\frac{28}{31}$

۳. $\frac{28}{30}$

۲. $\frac{2}{3}$

۱. $\frac{21}{31}$

۱۴- یک زنجیر قدم زدن تصادفی ساده تحت چه شرطی تحویلناپذیر بازگشتی است؟

۴. $p = \frac{1}{2}$

۳. $p = 2q$

۲. $p = \frac{2}{5}$

۱. $p = \frac{1}{3}$

۱۵- توزیع مانا در زنجیرارنفت ساده چه نام دارد؟

۴. گاما

۳. پواسن

۲. هندسی

۱. دو جمله ای

۱۶- توزیع مانا در فرآیند دو وضعیت با احتمالهای تغییر وضعیت $p_{00} = \frac{1}{3}, p_{11} = \frac{1}{4}$ و فضای حالت $\{0,1\}$ کدام است؟

۴. $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$

۳. $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

۲. $(\frac{9}{17}, \frac{8}{17})$

۱. $(\frac{8}{17}, \frac{9}{17})$

۱۷- در کدام مورد زیر زنجیر دارای حداقل یک حالت بازگشتی مثبت است؟

۲. فضای حالت آن نامتناهی باشد.

۱. فضای حالت آن متناهی باشد.

۴. زنجیر تحویلناپذیر فضای حالتش نامتناهی باشد.

۳. زنجیر تحویلناپذیر فضای حالتش متناهی باشد.

۱۸- در زنجیر زادومرگ با $p = \frac{1}{4}, q = \frac{1}{2}$ مقدار $\lim_{n \rightarrow \infty} p_{xy}^{(n)}$ تقریباً برابر است با:

۴. $(\frac{1}{4})^{y+1}$

۳. $(\frac{1}{4})^y$

۲. $(\frac{1}{2})^{y+1}$

۱. $(\frac{1}{2})^y$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۵۳ - آمار ۱۱۱۷۰۲۹ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶ - مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲)

۱۹- دوره کدام زنجیر، ۲ نیست؟

۰۲. ارنفست ساده

۰۱. قدم زدن تصادفی ساده

۰۴. هرسه

۰۳. ارنفست تعدیل یافته

 ۲۰- $P_{x \ x+1} = \frac{1}{3}, P_{x \ 0} = \frac{2}{3}$ توزیع مانای زنجیر با
 و با فضای حالت $\{0,1,2,\dots\}$ کدام است؟
۰۲. $\frac{1}{3}$ ۰۱. $\frac{2}{3}$

۰۲. هندسی با پارامتر

۰۳. هندسی با پارامتر

۰۴. دوجمله ای

۰۳. پواسن

۲۱- کدام مورد در باره فرآیند جهشی محض درست است؟

۰۲. زمان - گسسته است

۰۱. زمان - پیوسته است

۰۴. موارد ۱ و ۳

۰۳. همواره دارای ویژگی مارکف است

۲۲- توزیع زمانهای توقف فرآیند جهشی محض با ویژگی مارکفی چیست؟

۰۴. نمایی

۰۳. نرمال

۰۲. پواسن

۰۱. هندسی

 ۲۳- در فرآیند پواسن با پارامتر λ ، مشتق مرتبه اول $P_{xx}(t)$ در نقطه صفر چیست؟
۰۴. 2λ ۰۳. -2λ ۰۲. $-\lambda$ ۰۱. λ
 ۲۴- فرض کنید در زنجیر جهشی محض مارکفی و با فضای حالت $\{0,1,2,\dots\}$ و به ازای $x \neq y$ روابط زیر برقرار باشد. آن گاه
 $Q_{x \ x+1}$

چيست؟

$$q_{x \ x+1} = 2$$

$$(x \neq 0) q_{x \ 0} = 3$$

۰۴. ۴

۰۳. $\frac{2}{5}$ ۰۲. $\frac{3}{5}$

۰۱. ۷

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: فرآیندهای احتمالی، فرآیندهای تصادفی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی) ۱۱۱۱۰۵۳، آمار ۱۱۱۷۰۲۹، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۶، مهندسی صنایع - سیستمهای اقتصادی اجتماعی ۱۳۱۴۰۱۲

۲۵- در سوال شماره ۲۴ احتمال آنکه زنجیر حداقل ۴ واحد زمانی در حالت صفر توقف کند و سپس به حالت یک برود چیست؟

$$\frac{2}{5}e^{-20} \cdot 4$$

$$\frac{2}{5}e^{-20} \cdot 3$$

$$\frac{3}{5}e^{-20} \cdot 2$$

$$\frac{3}{5}e^{-20} \cdot 1$$

سوالات تشریحی

نمره ۱.۷۵

 ۱- اگر X دارای توزیع نمایی با پارامتریک Y و به شرط $X = x$ دارای توزیع پواسن با پارامتر λ باشند. آنگاه توزیع Y و واریانس آن را بیابید.

نمره ۱.۷۵

 ۲- اگر $\{N_t, t \geq 0\}$ یک فرآیند پواسن با پارامتر λ و $X_t = N_{t+1} - N_t$ باشند. مقدار $C(t, s)$ فرآیند $\{X_t, t \geq 0\}$ را بیابید. آیا مانای وسیع است؟

نمره ۱.۷۵

 ۳- فرض کنید در زنجیر جهشی محض مارکوفی و با فضای حالت $\{0, 1, 2, \dots\}$ و به ازای $x \neq y$ روابط زیر برقرار باشد. معادلات پیشرو را بیابید و به کمک آن توزیع مانا را بدست آورید.

$$q_{x, x+1} = 2$$

$$(x \neq 0) q_{x, 0} = 3$$

نمره ۱.۷۵

 ۴- فرض کنید برای زنجیری دو توزیع مانای متمایز π_1 و π_2 بدست آمده است. بازای $\alpha \in [0, 1]$ ثابت کنید $\pi_\alpha(x) = \alpha\pi_1(x) + (1-\alpha)\pi_2(x)$ یک توزیع مانا است. همچنین اگر $\alpha \neq \alpha'$ باشد. ثابت کنید:

$$\pi_\alpha \neq \pi_{\alpha'}$$