WWW.20FILE.ORG



**تعداد سوالات : تستی :** ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** یک ۱

**عنـــوان درس:** هندسه دیفرانسیل موضعی

**رشته تحصیلی/کد درس:** ریاضی (کاربردی )، ریاضی (محض ) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه )، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱- بردار مماس $v_p$ به طوری که $p=(1,0,-1)$ و $v=(2,-1,1)$ را در نظر بگیرید. اگر $f(x,y,z)=e^x\cos y$ در این صورت $v_p[f]$ برابر است با

۱. $2e$ ۲. $-2e$ ۳. $e$ ۴. $-e$

۲- بردار مماس $v_p$ به طوری که $p=(0,-2,1)$ و $v=(1,2,0)$ را در نظر بگیرید. اگر $\phi=zdy-xdz$ در این صورت $\phi(v_p)$ برابر است با

۱. $1$ ۲. $-1$ ۳. $2$ ۴. $-2$

۳- اگر $\phi=dy+zdx$ و $\psi=\sin zdx+\cos zdz$ در این صورت $\psi\wedge\phi$ برابر است با

۱. $\sin zdxdy+\cos zdydz+z\cos zdxdz$ ۲. $\sin zdxdy-\cos zdydz-z\cos zdxdz$

۳. $\sin zdxdy+\cos zdydz-z\cos zdxdz$ ۴. $\sin zdxdy-\cos zdydz+z\cos zdxdz$

۴- اگر $f(x,y)=xy^2$ و $g(x,y)=yx^2$ در این صورت $df\wedge dg$ برابر است با

۱. $-3x^2y^2dxdy$ ۲. $3x^2y^2dxdy$ ۳. $-5x^2y^2dxdy$ ۴. $5x^2y^2dxdy$

۵- فرض کنید $F(x,y,z)=(x+1,xy,z+y)$ و $v_p$ یک بردار مماس باشد به طوری که $p=(1,0,-1)$ و $v=(2,-1,0)$، در این صورت $F_*(v_p)$ برابر است با

۱. $(-2,1,1)_{F(p)}$ ۲. $(2,-1,1)_{F(p)}$ ۳. $(2,1,-1)_{F(p)}$ ۴. $(2,-1,-1)_{F(p)}$

۶- اگر $v=(1,2,-1)$ و $w=(-1,0,2)$ دو بردار مماس در یک نقطه از $E^3$ باشند آنگاه $\|v\times w\|$ برابر است با

۱. $\sqrt{20}$ ۲. $\sqrt{21}$ ۳. $\sqrt{19}$ ۴. $\sqrt{18}$

۷- اگر $\alpha(t)=(2t,t^2,\frac{t^3}{3})$ در این صورت طول قوس خم $\alpha$ از $t=-1$ تا $t=1$ برابر است با

۱. $\frac{14}{3}$ ۲. $\frac{16}{3}$ ۳. $\frac{18}{3}$ ۴. $4$

WWW.20FILE.ORG



**تعداد سوالات : تستی :** ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

**عنوان درس:** هندسه دیفرانسیل موضعی

**رشته تحصیلی/کد درس:** ریاضی (کاربردی )، ریاضی (محض ) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه )، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۸- اگر $\beta(s)$ خمی با تندی واحد باشد کدامیک از روابط زیر صحیح نیست؟

۱. $T=\beta'$ ۲. $N=\frac{T'}{\kappa}$ ۳. $B=T\times N$ ۴. $\|T'\|=1$

۹- کدامیک از موارد زیر صحیح است؟

۱. خم منظم $\alpha$ مسطح است اگر و فقط اگر $\tau=0$.
۲. خم منظم $\alpha$ مسطح است اگر و فقط اگر $\kappa=0$.
۳. خم منظم $\alpha$ مسطح است اگر و فقط اگر $\kappa=\tau=0$.
۴. خم منظم $\alpha$ مسطح است اگر و فقط اگر $\frac{\tau}{\kappa}$ ثابت باشد.

۱۰- اگر $V=xyU_1+yU_2$ و $W=x^2U_3$ در این صورت $\nabla_V W$ برابر است با

۱. $x^2yU_1$ ۲. $2x^2yU_1$ ۳. $x^2yU_3$ ۴. $2x^2yU_3$

۱۱- کدامیک از موارد زیر یک ایزومتری $E^3$ نیست؟

۱. $F(p)=-p$
۲. $F(p)=(p_3-1,p_2-2,p_1-3)$
۳. $F(p)=(p_1,p_2,1)$
۴. $F(p)=(p_1-1,p_2-2,p_3-3)$

۱۲- ایزومتری $F(p)=\begin{bmatrix}-1\\1\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0&1\\1&0\end{bmatrix}p$ را در نظر بگیرید. در این صورت اگر $v=(1,-2)$ ، $F_*(v_p)$ برابر است با

۱. $(-2,1)_{F(p)}$ ۲. $(2,-1)_{F(p)}$ ۳. $(-1,1)_{F(p)}$ ۴. $(1,-1)_{F(p)}$

۱۳- اگر $A=\begin{bmatrix}1&1\\2&1\end{bmatrix}$ و $B=\begin{bmatrix}0&-1\\1&2\end{bmatrix}$ به ترتیب ماتریس های ایستاری دووجهی های $\{e_1,e_2\}$ و $\{f_1,f_2\}$ باشند و $F$ یک ایزومتری باشد که $F_*(e_i)=f_i$ در این صورت جزء متعامد $F$ عبارتست از

۱. $\begin{bmatrix}-2&-1\\5&3\end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix}2&1\\5&3\end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix}-2&-1\\3&1\end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix}2&1\\3&1\end{bmatrix}$

۱۴- اگر $\{e_1,e_2e_3\}$ یک سه وجهی و $F=TC$ یک ایزومتری باشد در این صورت کدام مورد صحیح نیست؟

۱. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=e_1.e_2\times e_3$
۲. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=\det(C)e_1.e_2\times e_3$
۳. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=\mathrm{sgn}(F)e_1.e_2\times e_3$
۴. $F_*(e_1).F_*(e_2)\times F_*(e_3)=\pm e_1.e_2\times e_3$

WWW.20FILE.ORG



**تعداد سوالات : تستی :** ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

**عنـــوان درس:** هندسه دیفرانسیل موضعی

**رشته تحصیلی/کد درس:** ریاضی (کاربردی )، ریاضی (محض ) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه )، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۱۵- اگر $\alpha, \beta : I \to E^3$ دو خم با تندی واحد باشند در کدامیک از موارد زیر قابل انطباقند؟

۱. $\tau_\alpha = \tau_\beta$ ۲. $\tau_\alpha = -\tau_\beta$ ۳. $\tau_\alpha = -\tau_\beta, \kappa_\alpha = \kappa_\beta$ ۴. $\tau_\alpha = -\tau_\beta, \kappa_\alpha = -\kappa_\beta$

۱۶- در کدامیک از موارد زیر مجموعه $g(x,y,z) = c$ ، که در آن $c$ عددی ثابت است، یک رویه است؟

۱. $g(x,y,z) = xyz$ ۲. $g(x,y,z) = x^2 + y$ ۳. $g(x,y,z) = x^2 + yz$ ۴. $g(x,y,z) = x^2 + y^2$

۱۷- فرض کنید $g(x,y,z) = x^2 + y^2 z = c$ یک رویه در $E^3$ باشد. کدامیک از میدان های برداری زیر بر $M$ عمود است؟

۱. $(2x, 2yz, y^2)$ ۲. $(x^2, y^2 z, y^2)$ ۳. $(2x, yz, z)$ ۴. $(2x, 2yz, z)$

۱۸- فرض کنید به ازای هر بردار مماس $v$ بر رویه $M$ داشته باشیم $S(v) = 0$ ، که در آن $S$ عملگر شکلی است، در این صورت

۱. $M$ یک کره است. ۲. $M$ یک رویه زینی است.
۳. $M$ یک استوانه است. ۴. $M$ یک صفحه است.

۱۹- فرض کنید در هر نقطه رویه $M$ داشته باشیم $K = 0$ و $H \neq 0$ ، در این صورت

۱. $M$ یک کره است. ۲. $M$ یک رویه زینی است.
۳. $M$ یک استوانه است. ۴. $M$ یک صفحه است.

۲۰- فرض کنید $\theta_1$ و $\theta_2$ ۱-فرمی های دوگان $E_1$ و $E_2$ روی $M$ باشند، در این صورت کدام مورد صحیح است؟

۱. $d\omega_{12} = K\theta_1 \wedge \theta_2$ ۲. $d\omega_{12} = -K\theta_1 \wedge \theta_2$
۳. $\omega_{13} \wedge \omega_{23} = -K\theta_1 \wedge \theta_2$ ۴. $\omega_{13} \wedge \omega_{23} = 0$

## سوالات تشریحی

۱- فرض کنید $F = (f_1, \ldots, f_m)$ نگاشتی از $E^n$ به $E^m$ و $v$ برداری مماس بر $E^n$ در نقطه $p$ باشد در این صورت ثابت کنید **۱.۴۰ نمره**

$$F_*(v) = (v[f_1], \ldots, v[f_m])$$

۲- اجزای دستگاه فرنه $T, N, B, \kappa, \tau$ را برای خم با تندی دلخواه $\gamma(t) = (a\cos t, a\sin t, at)$ که در آن $a$ عددی دلخواه است را مشخص کنید. **۱.۴۰ نمره**

WWW.20FILE.ORG



**تعداد سوالات : تستی :** ۲۰ **تشریحی :** ۵ | **زمان آزمون (دقیقه) : تستی :** ۶۰ **تشریحی :** ۶۰ | **سری سوال :** ۱ یک

**عنوان درس:** هندسه دیفرانسیل موضعی

**رشته تحصیلی/کد درس:** ریاضی (کاربردی )، ریاضی (محض ) ۱۱۱۱۰۴۹ - ، ریاضی محض (هندسه )، ریاضیات و کاربردها۱۱۱۱۳۸۴

۳- اگر $F$ یک ایزومتری با بخش متعامد $C$ باشد ثابت کنید به ازای بردار مماس دلخواه $v_p$ داریم $F_*(v_p) = (Cv)_{F(p)}$. ۱،۴۰ نمره

۴- رویه $M : g(x,y,z) = c$ در $E^3$ را در نظر بگیرید. ثابت کنید میدان برداری گرادیان $\nabla g = \sum \frac{\partial g}{\partial x_i} U_i$ یک میدان برداری قائم روی تمام رویه $M$ است. ۱،۴۰ نمره

۵- نشان دهید نگاره قطعه مختصاتی $x(u,v) = (v\cos u, v\sin u, u)$ رویه ای مینیمال است و خمیدگی گاوسی آن را نیز محاسبه کنید. ۱،۴۰ نمره