

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۸

۱- فرض کنید  $I$  ایده ال حلقه تعویض پذیر  $R$  باشد. در این صورت  $(0:R^{1+I})$  کدام است؟

۱.  $I$       ۲.  $R$       ۳.  $R/I$       ۴.  $\{0\}$

۲- فرض کنیم  $M$  مدولی روی حلقه تعویض پذیر  $R$  و  $N$  و  $N'$  زیرمدولهای  $M$  باشند. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $\text{Ann}(N + N') = \text{Ann}(N) + \text{Ann}(N')$   
 ۲.  $\text{Ann}(N + N') = \text{Ann}(N) \cap \text{Ann}(N')$   
 ۳.  $\text{Ann}(N \cap N') = \text{Ann}(N) + \text{Ann}(N')$   
 ۴.  $\text{Ann}(N \cap N') = \text{Ann}(N) \cap \text{Ann}(N')$

۳- همریختی  $f: G \rightarrow \frac{G+H}{H}$  را با ضابطه تعریف  $f(g) = g + H$  در نظر بگیرید. در این صورت  $\text{Ker}f$  کدام است؟

۱.  $H$       ۲.  $G$       ۳.  $G+H$       ۴.  $G \cap H$

۴- فرض کنید  $M$  یک مدول آرتینی روی حلقه تعویض پذیر  $R$  باشد. در این صورت همریختی  $f: M \rightarrow M$

۱. اگر یک به یک باشد آنگاه پوشاست.  
 ۲. اگر پوشا باشد آنگاه یک به یک است.  
 ۳. یک به یک و پوشاست.  
 ۴. یک به یک است ولی پوشا نیست.

۵- حلقه  $Z$  یک حلقه

۱. نوتری است.  
 ۲. آرتینی است.  
 ۳. هم نوتری و هم آرتینی است.  
 ۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

۶- فرض کنید  $M$  یک مدول روی حلقه تعویض پذیر چنان باشد که هر زیر مدول  $M$  متناهی مولد باشد. در این صورت  $M$  یک مدول

۱. نوتری است.  
 ۲. آرتینی است.  
 ۳. نوتری و آرتینی است.  
 ۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۷- فرض کنید دنباله

$$0 \rightarrow L \rightarrow M \rightarrow N \rightarrow 0$$

یک دنباله دقیق از  $R$  مدول ها و  $R$  همریختی ها باشد. در این صورت۱.  $L$  آرتینی است اگر و فقط اگر  $N$  و  $M$  آرتینی باشد.۲.  $M$  آرتینی است اگر و فقط اگر  $N$  و  $L$  آرتینی باشد.۳.  $N$  آرتینی است اگر و فقط اگر  $M$  و  $L$  آرتینی باشد.۴. اگر  $L$  آرتینی باشد آنگاه  $M$  نیز آرتینی است.۸-  $Q$  به عنوان  $Z$  - مدول

۱. آرتینی است.

۲. نوتری است.

۳. هم نوتری و هم آرتینی است.

۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

$$-9 \quad I_Z\left(\frac{Z}{27Z}\right) \text{ کدام است؟}$$

۱. ۲

۲. ۳

۳. ۶

۴. ۹

۱۰- اگر

$$0 \rightarrow M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_4 \rightarrow 0$$

دنباله دقیق باشد که  $l(M_3) = 2l(M_2) = 3l(M_1) = 6$  باشد در این صورت  $l(M_4)$  کدام است؟

۱. ۲

۲. ۳

۳. ۵

۴. ۶

۱۱-

اگر  $I$  ایده الی از حلقه تعویض پذیر و نوتری  $R$  باشد که  $J = \bigcap_{n=1}^{\infty} I^n$  در این صورت  $IJ$  کدام است؟

۱.  $\{0\}$ ۲.  $I$ ۳.  $J$ ۴.  $I+J$ 

۱۲-

اگر  $(R, M)$  حلقه موضعی و نوتری و  $I$  ایده الی از  $R$  باشد آنگاه  $\bigcap_{n=1}^{\infty} (I + M^n)$  کدام است؟

۱.  $\{0\}$ ۲.  $I$ ۳.  $M$ ۴.  $R$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۸)

۱۳- فرض کنید  $(R, M)$  حلقه ای موضعی و  $Q$  ایده ال  $M$  ابتدایی و تحویل ناپذیر باشد. در این صورت

$$\dim_{R/M} \left( \frac{(Q:M)}{Q} \right) \vee \text{ کدام است؟}$$

۳ . ۴

۲ . ۳

۱ . ۲

۰ . ۱

۱۴- فرض کنید  $p$  عددی اول باشد در این صورت

$$E(p) := \left\{ \alpha \in Q/Z \mid \alpha = \frac{r}{p^n} + Z, r \in Z, n \in \mathbb{N} \right\}$$

یک  $Z$  مدول

۰۲. نوتری است.

۰۱. آرتینی است.

۰۴. نه نوتری و نه آرتینی است.

۰۳. هم نوتری و هم آرتینی است.

۱۵- کدام گزینه صحیح است؟

۰۲. تعداد ایده ال اول در هر حلقه نوتری متناهی است.

۰۱. تعداد ایده ال اول در هر حلقه آرتینی متناهی است.

۰۴. در هر حلقه نوتری هر ایده ال اول ماکسیمال است.

۰۳. هر حلقه نوتری آرتینی است.

۱۶- اگر  $H$  و  $K$  دو زیرگروه از  $G$  باشند که  $|K|=3$  و  $|H|=5$  در این صورت  $|K \cap H|$  کدام است؟

۴ . ۴

۳ . ۳

۲ . ۲

۱ . ۱

۱۷- فرض کنید  $H$  یک زیرگروه از گروه  $G$  باشد در این صورت تعداد زیرگروههای مزدوج با  $H$  برابر است با

$$[G : N(H)] \quad ۰۴$$

$$[G : H] \quad ۰۳$$

$$[N(H) : H] \quad ۰۲$$

$$|N(H)| \quad ۰۱$$

۱۸- اگر  $G$  یک گروه ناآبلی و  $Z$  مرکز  $G$  باشد در این صورت۰۲.  $Z$  آبلی و  $G/Z$  متناهی است.۰۱.  $G/Z$  دوری است.۰۴.  $G/Z$  آبلی است.۰۳.  $Z$  آبلی و  $G/Z$  دوری نیست.۱۹- تعداد ۷-زیرگروه های سیلو از گروه  $G$  با مرتبه ۱۲۲۵ برابر است با

۴۹ . ۴

۷ . ۳

۲ . ۲

۱ . ۱

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۸

۲۰- کدام یک از گروه های زیر ساده نیست؟

$$\frac{S_8}{A_8} \quad .4$$

$$\frac{S_5}{A_5} \quad .3$$

$$A_4 \quad .2$$

$$A_3 \quad .1$$

### سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- فرض کنید  $K$  هیات و  $V$  یک فضای برداری روی  $K$  باشد. در این صورت احکام زیر معادلند:الف.  $V$  یک  $K$  - فضای متناهی بعد است.ب.  $V$  یک  $K$  - مدول نوتری است.ج.  $V$  یک  $K$  - مدول آرتینی است.

نمره ۱.۴۰

۲- فرض کنید  $M$  مدولی روی حلقه تعویض پذیر  $R$  باشد و فرض کنید  $G_1$  و  $G_2$  زیرمدولهایی از  $M$  باشند که  $M/G_1$  و  $M/G_2$  هر دو نوتری باشند. نشان دهید  $M/(G_1 \cap G_2)$  نیز نوتری است.

نمره ۱.۴۰

۳- نشان دهید هر حلقه تعویض پذیر که تمام ایده ال های اولش متناهی مولدند، نوتری است.

نمره ۱.۴۰

۴- نشان دهید هر حلقه تعویض پذیر آرتینی چون  $R$  نوتری می باشد.

نمره ۱.۴۰

۵- نشان دهید همه  $p$ - زیرگروه های سیلوی  $G$  با یکدیگر مزدوج می باشند.