

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵

۱- فرض کنیم  $P(x)$  یک چندجمله ای باشد بطوریکه برای هر عدد صحیح و نامنفی  $n$  داشته باشیم  $(P(x), x^n) = 0$  در اینصورت

$$P(x) = x^n \quad .1 \quad P(x) = 0 \quad .2 \quad P(x) = 1 \quad .3 \quad P(x) = -1 \quad .4$$

۲- فرض کنیم  $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$  یک مجموعه ساده از چند جمله ایها متعامد باشد. فرض کنیم  $Q_m$  چندجمله ای دلخواه بر حسب از درجه  $m$  باشد. در اینصورت  $Q_m = C_0 f_0 + \dots + C_m f_m$  که در آن بازای هر عدد صحیح مثبت  $m$  و بازای هر  $k = 0, 1, \dots, m$  ضرایب از رابطه زیر حاصل می شوند:

$$C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|f_k\|} \quad .2 \quad C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|f_k\|^2} \quad .1$$

$$C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|Q_m\|} \quad .4 \quad C_k = \frac{(Q_m, f_k)}{\|Q_m\|^2} \quad .3$$

۳- اگر دنباله  $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$  یک مجموعه ساده از چند جمله ایها باشد که نسبت به تابع وزن  $W$  بر بازه  $(a, b)$  متعامد باشد، آنگاه هر چندجمله ای درجه  $n$  یعنی  $f_n(x)$  در بازه  $(a, b)$

۱. فاقد ریشه است. ۲. حداکثر  $n$  ریشه دارد.

۳. دقیقاً  $n$  ریشه دارد. ۴. دقیقاً  $n$  ریشه متمایز دارد.

۴- فرض کنید  $P_n$ ،  $n$ -مین چند جمله ای لژاندر باشد. حاصل  $\int_{-1}^1 P_3^2(x) dx$  کدام است؟

$$\frac{2}{7} \quad .1 \quad \frac{7}{2} \quad .2 \quad 7 \quad .3 \quad 2 \quad .4$$

۵- فرض کنید  $P_n$ ،  $n$ -مین چند جمله ای لژاندر باشد. در اینصورت  $P_2(x)$  کدام است؟

$$\frac{1}{2}(3x^2 + 1) \quad .1 \quad 3x^2 - 1 \quad .2 \quad \frac{1}{2}(3x^2 - 1) \quad .4 \quad \frac{1}{2}(3x^2 + 1) \quad .3$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۶- تابع وزنی که چند جمله ایهای چبیشف نوع دوم نسبت به آن روی بازه  $(-1, +1)$  متعامد باشند کدام است؟

$$\begin{array}{llll}
 \text{.۱} & \frac{1}{2} & (1-x^2) & \text{.۲} & \frac{1}{2} & (1-x^2) \\
 \text{.۳} & \frac{1}{2} & (1+x^2) & \text{.۴} & \frac{1}{2} & (1+x^2)
 \end{array}$$

۷- تابع گرین مساله با مقدار مرزی  $\frac{d^2u}{dx^2} = f(x)$  در بازه  $[0, 1]$  با شرایط  $u(1) = u(0) = 0$  کدام است؟

$$\begin{array}{ll}
 \text{.۱} & G(x; \xi) = \begin{cases} x^2(\xi-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x^2-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \\
 \text{.۲} & G(x; \xi) = \begin{cases} x(\xi-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \text{.۳} & G(x; \xi) = \begin{cases} x(\xi^2-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ \xi(x-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases} \\
 \text{.۴} & G(x; \xi) = \begin{cases} \xi(x-1) & 0 \leq x \leq \xi \\ x(\xi-1) & \xi \leq x \leq 1 \end{cases}
 \end{array}$$

۸- کدام مورد برای مساله  $y''(x) + (\lambda r + q)y(x) = 0$  با شرایط  $y(0) - y'(1) = 0$  و  $y'(0) + y(1) = 0$  صحیح است؟

۱. خودالحاق است.
۲. خودالحاق نیست.
۳. تحت شرایطی خودالحاق است.
۴. بستگی به پارامترهای  $\lambda, r, q$  دارد.

۹- فرض کنید  $f$  یک تابع با  $\|f\| = 0$  به فضای توابع قطعه ای پیوسته متعلق باشد. در اینصورت...

۱.  $f$  در همه نقاط صفر است.
۲.  $f$  هیچ جا صفر نیست.
۳.  $f$  در همه نقاط به جز احتمالاً نقاط ناپیوستگی صفر است.
۴.  $f$  فقط در نقاط ناپیوستگی صفر است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱۰- فرض کنیم  $F$  تابعی متناوب با دوره تناوب  $2\pi$  بوده و بر بازه  $[-\pi, \pi]$  قطعه‌های هموار باشد. در اینصورت سری

$$\text{فوریۀ مثلثاتی} \quad \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi x}{a} + b_n \sin \frac{n\pi x}{a} \right)$$

همگراست؟

$$F(x^+) - F(x^-) \quad .۲ \qquad F(x^+) + F(x^-) \quad .۱$$

$$\frac{1}{2} [F(x^+) + F(x^-)] \quad .۴ \qquad \frac{\pi}{2} [F(x^+) + F(x^-)] \quad .۳$$

۱۱- سری مثلثاتی تابع  $f(x) = \begin{cases} -1 & -\pi \leq x \leq 0 \\ +1 & 0 \leq x \leq +\pi \end{cases}$  با فرض  $f(x+2\pi) = f(x)$  کدام است؟

$$\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1} \quad .۲ \qquad \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} \quad .۱$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n-1)x}{2n-1} \quad .۴ \qquad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} \quad .۳$$

۱۲- سری فوریه تابع متناوب  $f(x) = x^2$  با دوره تناوب  $2\pi$  و با فرض  $-\pi \leq x \leq +\pi$  کدام است؟

$$\frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin(nx) \quad .۲ \qquad \frac{\pi^2}{3} + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(nx) \quad .۱$$

$$4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \sin(nx) \quad .۴ \qquad 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} \cos(nx) \quad .۳$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱۳- اتحاد پارسوال در بحث سری فوریه توابع کدام است؟

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x))^2 dx \quad .1$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x))^2 dx \quad .2$$

$$\frac{a_0^2}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x))^2 dx \quad .3$$

$$\frac{a_0^2}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} (a_n^2 + b_n^2) = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} (f(x)) dx \quad .4$$

۱۴- با استفاده از انتگرال فوریه تابع  $f(x) = \begin{cases} 0, & |x| > 1 \\ 1, & |x| < 1 \end{cases}$  مقدار انتگرال  $\int_0^{\infty} \frac{\sin 2s}{s} ds$  کدام است؟

$$-\frac{\pi}{4} \quad .4$$

$$\frac{\pi}{4} \quad .3$$

$$-\frac{\pi}{2} \quad .2$$

$$\frac{\pi}{2} \quad .1$$

۱۵- انتگرال فوریه کسینوسی تابع  $f(x) = e^{-x}$  برای  $x \geq 0$  کدام است؟

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(sx)}{1+s^2} ds \quad .2$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(sx)}{1+x^2} ds \quad .1$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{e^{-s} \cos(sx)}{1+e^{-s}} ds \quad .4$$

$$\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\cos(sx)}{s^2+x^2} ds \quad .3$$

۱۶- معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام سطوح دوار حول محور  $z$  کدام است؟

$$yp = xq = 0 \quad .4$$

$$xq = 0 \quad .3$$

$$yp = 0 \quad .2$$

$$yp - xq = 0 \quad .1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۱۷- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $x^2 p - xyq + yz = 0$  کدام است؟

.۲  $z = e^{\frac{y}{zx}} + f(xy)$

.۱  $z = e^{\frac{y}{zx}} f(xy)$

.۴  $z = e^{\frac{y}{2x}} + f(x+y)$

.۳  $z = e^{\frac{y}{2x}} f(x+y)$

۱۸- جوابی به فرم  $z = \varphi(x, y)$  از معادله دیفرانسیل  $yp - xq = 0$  که در آن  $\varphi(x, 0) = x^4$  باشد کدام است؟

.۲  $z = (x^2 - y^2)^2$

.۱  $z = (x^2 + y^2)^2$

.۴  $z = (x - y)^4$

.۳  $z = (x + y)^4$

۱۹- جواب عمومی معادله همگن وابسته به معادله دیفرانسیل  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 4x + 3\cos(2y)$  کدام است؟

.۲  $Z_h = f(x-y)g(x+y)$

.۱  $Z_h = f(x-y) + g(x+y)$

.۴  $Z_h = f(x-y)g(x+y) - 1$

.۳  $Z_h = f(x-y)g(x+y) + 1$

۲۰- معادله  $yz_{xx} + (x+y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$  خارج از خط  $y = x$  کدام است؟

.۲ بیضوی

.۱ فقط یک نقطه است

.۴ هذلولوی

.۳ سهموی

سوالات تشریحی

نمره ۱.۴۰

۱- با استفاده از معادله دیفرانسیل لژاندر  $\frac{d}{dx}[(1-x^2)P'_n(x)] + n(n+1)P_n(x) = 0$  نشان دهید چندجمله ایهای لژاندر بر بازه  $(-1,1)$  متعامد ساده اند.

نمره ۱.۴۰

۲- سری فوریه تابع متناوب  $f(x) = x^2$  با دوره تناوب  $2\pi$  و با فرض  $-\pi < x < \pi$  را به دست آورده و به کمک آن مقدار  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n)^2}$  را به دست آورید.

نمره ۱.۴۰

۳- جواب عمومی معادله دیفرانسیل  $Z_x - 2Z_y + Z = \sin(x) + y$  را بدست آورید.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱: یک

عنوان درس: معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی، معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۷ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۲۸ -، ژئوفیزیک-شاخه زلزله شناسی ۱۱۲۴۰۲۵

۴- سطح انتگرالی از معادله  $z(x+z)p - y(y+z)q = 0$  که از سهمی  $x=1, y=t, z=\sqrt{t}$  می گذرد را بدست آورید.

۵- مقادیر ویژه و توابع ویژه مسأله منفرد  $y''(x) + \lambda y(x) = 0$  با شرایط  $y(0) = 0$  و اینکه  $y, y'$  متناهی اند وقتی که  $x \rightarrow \infty$  را پیدا کنید.