

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۲

۱- کدام گروه حل پذیر است؟

۴. $S_5 \times S_4$

۳. S_5

۲. $S_4 \times Z_4$

۱. هر گروه ناآبلی ساده

۲- فرض کنید $f: G \rightarrow H$ یک همریختی گروهها باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟۱. اگر G حل پذیر باشد آنگاه H حل پذیر است.۲. اگر H حل پذیر باشد آنگاه G حل پذیر است.۳. اگر f پوشا و G حل پذیر باشد، آنگاه H حل پذیر است.۴. اگر f پوشا و H حل پذیر باشد، آنگاه G حل پذیر است.۳- فرض کنید f, g, h چند جمله ایهای نا ثابت در $F[x]$ باشند. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟۱. اگر $f|gh$ آنگاه $f|g$ یا $f|h$.۲. اگر $f|h$ و $g|h$ آنگاه $fg|h$.۳. اگر $f = gh$ آنگاه g یا h یکه است.۴. اگر f تحویل ناپذیر باشد و $f|gh$ آنگاه $f|g$ یا $f|h$.۴- فرض کنید $J = \langle f \rangle$ و $K = \langle g \rangle$ دو ایده آل نا صفر $F[x]$ باشند. در این صورت کدام گزینه همواره درست است؟۱. $J \subseteq K$ اگر و فقط اگر $f|g$.۲. $J = K$ اگر و فقط اگر f و g یکه باشند.۳. $J = F[x]$ اگر و فقط اگر f تحویل ناپذیر باشد.۴. J یک ایده آل اول $F[x]$ است اگر و فقط اگر J یک ایده آل ماکسیمال $F[x]$ است.۵- کدام یک از چند جمله ای های زیر در $Q[x]$ تحویل پذیر است؟

۲. $f(x) = x^3 - 3x^2 + 15x - 6$

۱. $f(x) = x^3 + 2x - 3$

۴. $f(x) = x^3 - 2$

۳. $f(x) = x^3 + 2x + 1$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۲)

۶- فرض کنید P یک عدد اول و ξ یک ریشه P اولیه واحد روی Q باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. $[Q(\xi):Q] = p$ ۲. $[Q(\xi):Q] = p-1$ ۳. $[Q(\xi):Q] = p^2$ ۴. $[Q(\xi):Q] = p^2 - 1$

۷- کام گزینه درست است؟

۱. اگر $K < F$ و $u, v \in F$ روی K جبری باشند، آنگاه u, v روی K مزدوج است.

۲. اگر $K < F$ و $u, v \in F$ و u روی K جبری باشد، آنگاه v روی K جبری است.

۳. اگر $K < F$ و $u, v \in F$ ، آنگاه $(K(u))(v) = (K(v))(u)$.

۴. اگر $K < F$ و $u, v \in F$ ، آنگاه یک K - یکرختی از $K(u)$ به $K(v)$ وجود دارد که u را به v می نگارد.

۸- فرض کنید $F = Q(\sqrt{3} + \sqrt{5})$. در این صورت $[F:Q]$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۲ ۲. ۴ ۳. ۶ ۴. ۸

۹- فرض کنید $F = Q(\sqrt{2}, i)$ و $E = Q(\sqrt{2})$. در این صورت کدام یک از گزینه های زیر یک پایه برای F روی E است؟

۱. $\{1, i\}$ ۲. $\{1, \sqrt{2}\}$ ۳. $\{1, \sqrt{2}, i\}$ ۴. $\{1, \sqrt{2}, i, \sqrt{2}i\}$

۱۰- فرض کنید $F = Q(w, \xi)$ که در آن w ریشه پنجم حقیقی عدد ۲ و ξ ریشه پنجم واحد است. در این صورت $[F:Q]$ برابر با کدام گزینه است؟

۱. ۱۰ ۲. ۲۰ ۳. ۲۵ ۴. ۳۰

۱۱- فرض کنید $K < F$. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. اگر F روی K جبری باشد، آنگاه $[F:K]$ متناهی است.

۲. اگر $[F:K]$ متناهی باشد، آنگاه F روی K جبری است.

۳. اگر F متناهی تولید شده باشد، آنگاه $[F:K]$ متناهی است.

۴. اگر $F = K(S)$ برای زیر مجموعه S از F ، آنگاه F توسیع جبری روی K است.

۱۲- کدام یک از میدان های زیر بسته جبری نیست؟

۱. $R(i)$ ۲. مجموعه ی اعداد مختلط

۳. مجموعه ی اعداد حقیقی ۴. $R(-i)$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۴۲)

- ۱۳- فرض کنید $F = Q(\sqrt{1+\sqrt{3}})$. چند جمله ای مینیمال $f(x)$ از $\sqrt{1+\sqrt{3}}$ روی Q کدام گزینه است؟
۱. $x^4 - 2x + 1 = 0$ ۲. $x^4 - 2x^2 + 1 = 0$ ۳. $x^4 - 2x^2 - 2 = 0$ ۴. $x^4 + 2x^2 - 2 = 0$
- ۱۴- فرض کنید K یک میدان، $f \in K[x]$ و $\deg(f) = n$ باشد. در این صورت اگر میدان شکافنده f روی K ، F باشد، کدام گزینه درست است؟
۱. $[F : K] \leq n$ ۲. $[F : K] \leq n!$ ۳. $[F : K] \leq n - 1$ ۴. $[F : K] \leq (n - 1)!$
- ۱۵- فرض کنید $K < F$ و F توسیعی نرمال از K باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟
۱. $[F : K]$ متناهی است.
۲. F روی K جبری است.
۳. F میدان شکافنده چند جمله ای $f \in K[x]$ روی K است.
۴. اگر f یک چند جمله ای تحویل ناپذیر در $K[x]$ و f دارای ریشه ای در F باشد، آنگاه f در F شکافته می شود.
- ۱۶- فرض کنید F یک میدان با p^4 عنصر باشد که p یک عدد اول است. در این صورت F میدان شکافنده کدام چند جمله ای زیر است؟
۱. $x^{p^4} - x$ ۲. $x^{p^4} - 4$ ۳. $x^{p^2} - x$ ۴. $x^{p^2} - 4$
- ۱۷- فرض کنید $K < F$ و $[F : K]$ متناهی و $G = Gal_K^F$. در این صورت کدام گزینه درست است؟
۱. $o(G) < [F : G]$ ۲. $o(G) > [F : G]$ ۳. $o(G) = [F : G]$ ۴. $o(G) \leq [F : G]$
- ۱۸- فرض کنید $F = Q(\sqrt[4]{2}, i)$ و $G = Gal_Q^F$. در این صورت $o(G)$ برابر کدام گزینه است؟
۱. ۴ ۲. ۸ ۳. ۱۶ ۴. ۲
- ۱۹- فرض کنید K میدانی از مشخصه صفر باشد، $K < F$ و F بسته باشد. در این صورت کدام گزینه درست است؟
۱. $[F : K]$ متناهی است.
۲. $o(G) = [F : K]$
۳. F یک توسیع نرمال K است.
۴. F میدان شکافنده یک چند جمله ای تفکیک پذیر روی K است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۴۵ تشریحی: ۷۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۲

۲۰- اگر $\beta \in R$ و زاویه β ساخت پذیر باشد، آنگاه کدام گزینه زیر ساخت پذیر نیست؟

۱. $\sin \beta$ ۲. $\cos \beta$ ۳. $\frac{\beta}{2}$ ۴. $\frac{\beta}{3}$

سوالات تشریحی

- ۱- فرض کنید G یک گروه حل پذیر و K یک زیر گروه آن باشد. در این صورت نشان دهید K حل پذیر است. ۱.۴۰ نمره
- ۲- محک آیزنشتاین را بیان و ثابت کنید. ۱.۴۰ نمره
- ۳- فرض کنید $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3}i)$ در این صورت:
الف) یک پایه برای F روی Q بیابید.
ب) $[F:Q]$ را به دست آورید. ۱.۴۰ نمره
- ۴- فرض کنید $K < E < F$ برجی از توسیع ها باشد که E روی K و F روی E جبری باشد. در این صورت ثابت کنید F روی K جبری است. ۱.۴۰ نمره
- ۵- اگر F یک توسیع رادیکال K باشد، آنگاه $[F:K]$ متناهی است. ۱.۴۰ نمره