

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۰ -، آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ -، مهندسی برق گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵ -

۱- دستگاه سه معادله و سه مجهول $AX = B$ را در نظر بگیرید. اگر این دستگاه دارای جواب یکتا باشد، آن گاه ماتریس A با کدام یک از ماتریس های زیر هم ارز سطری است؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۲- کدام ماتریس به صورت پلکانی تحویل یافته است؟

۱. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

۳- اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & b \\ c & 1 \end{bmatrix}$ متقارن و خود توان باشد، در این صورت A^4 برابر است با:

۱. A ۲. A^t ۳. صفر ۴. I

۴- اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ آن گاه A^{2k+1} برابر است با:

۱. A ۲. A^t ۳. صفر ۴. I

۵- اگر $A = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 9 & 2 \end{bmatrix}$ و $A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -9 & 5 \end{bmatrix}$ وارون آن باشد، آن گاه ماتریس $(2A^t)^{-1}$ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 2 & -9 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 4 & -18 \\ -2 & 10 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{9}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{5}{2} \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 4 & -2 \\ -18 & 10 \end{bmatrix}$

۶- جایگشت های 13425 و 13452 به ترتیب از راست به چپ چه جایگشت هایی هستند؟

۱. زوج - فرد ۲. زوج - زوج ۳. فرد - زوج ۴. فرد - فرد

۷- اگر A ماتریسی مربعی و معکوس پذیر باشد، آن گاه دترمینان ماتریس $A^{-1}A^tA$ برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۰ ۳. $\det(A)$ ۴. $\frac{1}{\det(A)}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۴۳۵

۸- فرض کنید A ماتریسی 2×2 با $|A| = 4$ باشد، در این صورت $|5A^t A^{-1}|$ برابر است با:

۱. ۵ ۲. ۲۵ ۳. -۵ ۴. -۲۵

۹- کدام یک از تبدیلات زیر خطی نیست؟

۱. $T(x, y, z) = (x + y, -z)$ ۲. $T(x, y, z) = (y - x, z - 1)$
 ۳. $T(x, y, z) = (x + y + z, y)$ ۴. $T(x, y, z) = (y, x + y + z)$

۱۰- اگر تبدیل خطی $T: R^2 \rightarrow R^3$ با ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ داده شده باشد، آن گاه $T(2, 2)$ برابر است با:

۱. $(0, 0, 8)$ ۲. $(2, 2, 8)$ ۳. $(2, -2, 8)$ ۴. $(0, 4, 8)$

۱۱- کدام یک از مجموعه بردارهای زیر تشکیل یک زیر فضا در فضای برداری R^3 می دهد؟

۱. $x = y - z$ ۲. $x + y + z = 1$ ۳. $xy = 1$ ۴. $y = x + 1$

۱۲- بردارهای $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ در فضای برداری همه ماتریس های 2×2 روی R را در نظر بگیرید. کدام بردار در زیر فضای تولید شده توسط A و B قرار دارد؟

۱. $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

۱۳- اگر مجموعه $\{v_1, v_2, \dots, v_k\}$ از فضای برداری V مستقل خطی باشد آن گاه:

۱. این مجموعه قسمتی از یک پایه برای V است ۲. $\dim V \geq k$
 ۳. بردارهای v_1, v_2, \dots, v_k غیر صفرند ۴. هر سه مورد

۱۴- اگر V یک فضای برداری با ضرب داخلی از بعد n باشد آن گاه:

۱. V دارای یک پایه متعامد یکه است
 ۲. هر مجموعه با $n-1$ بردار مستقل خطی است
 ۳. هر مجموعه n عضوی فضای V را تولید می کند
 ۴. اگر یک عضو به پایه اضافه کنیم آن گاه مجموعه حاصل مستقل خطی است

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): ۶۰ تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۱۴۳۵

۱۵- اگر $f(x) = (x-1)^3(x-2)^2$ چند جمله ای مشخصه ماتریس A باشد، آن گاه بعد فضای ویژه A متناظر با مقدار ویژه $x=1$ برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴

۱۶- اگر ماتریس های A و B متشابه باشند، در این صورت کدام یک از گزینه های زیر درست نیست؟

۱. $\det(A) = \det(B)$

۲. $tr(A) = tr(B)$

۳. A^t و B^t متشابه هستند

۴. لا اقل یکی از ماتریس های A یا B معکوس پذیر هستند

۱۷- تبدیل خطی T توسط ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ داده شده است. بعد هسته T برابر است با:

۱. ۱ ۲. ۲ ۳. ۳ ۴. ۴

۱۸- بردار مختصاتی $V = (2, -5, 10)$ نسبت به پایه بکه متعامد $B = \left\{ (1, 0, 0), \left(0, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}\right), \left(0, \frac{4}{5}, \frac{-3}{5}\right) \right\}$ برابر است با:

۱. $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} -2 \\ 5 \\ -10 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 2 \\ -5 \\ 10 \end{bmatrix}$

۱۹- فضای برداری P_n با ضرب داخلی $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ را در نظر بگیرید. اگر $f(x) = x^2$ آن گاه $\|f\|$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{5}$ ۲. ۰ ۳. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ۴. $\frac{1}{3}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۰۴۰ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۲۰ - مهندسی برق - گرایش کنترل، مهندسی برق - گرایش مخابرات، مهندسی صنایع ۱۱۱۴۳۵

۲۰- در فضای برداری P_n با ضرب داخلی $\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ ، کسینوس زاویه بین توابع $f(x) = 5x^2$ و $g(x) = 3x$

برابر است با:

.۴ $\frac{\sqrt{15}}{16}$

.۳ $\frac{-15}{16}$

.۲ $\frac{\sqrt{15}}{4}$

.۱ $\frac{15}{16}$

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- به کمک اعمال سطری مقدماتی، ماتریس تحویل شده سطری پلکانی ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 4 \\ 2 & -1 & 5 \\ -1 & 3 & -3 \end{bmatrix}$ را بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ یک پایه برای فضای برداری V و $m > n$ و $\{w_1, w_2, \dots, w_m\} \subseteq V$ باشد. ثابت کنید مجموعه $\{w_1, w_2, \dots, w_m\}$ وابسته خطی است.

۱.۴۰ نمره

۳- ماتریس $A = \begin{bmatrix} -4 & -6 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید. ماتریس قطری D و ماتریس معکوس پذیر C را طوری بیابید که $A = CDC^{-1}$.

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید U, V دو فضای برداری و $T: U \rightarrow V$ یک تبدیل خطی یک به یک باشد. ثابت کنید اگر بردارهای u_1, u_2, \dots, u_m در U مستقل خطی باشند، آن گاه بردارهای $T(u_1), T(u_2), \dots, T(u_m)$ در V مستقل خطی خواهند بود.

۱.۴۰ نمره

۵- بردار ناصفر v از فضای ضرب داخلی V را در نظر بگیرید و قرار دهید $W = \{u \in V : u \perp v\}$ ، ثابت کنید W یک زیرفضای V است.