

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

۱- کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۰.۱ اگر  $a|bc$  آنگاه  $a|b$  یا  $a|c$
- ۰.۲ اگر  $a|b$  و  $c|b$  آنگاه  $a+c|b+d$
- ۰.۳ اگر  $a|b$  و  $c \neq 0$  آنگاه  $ac|b$
- ۰.۴ اگر  $bc|a$  و  $b|a$  آنگاه  $c|a$

۲- باقی مانده تقسیم مربع هر عدد فرد بر ۸ برابر است با:

- ۰.۱ صفر
- ۰.۲ ۱
- ۰.۳ ۲
- ۰.۴ -۱

۳- اگر  $m$  و  $n$  اعداد طبیعی باشند، در این صورت کدام گزینه همواره صحیح است؟

- ۰.۱  $\frac{(m!)^n}{(mn)!} \in N$
- ۰.۲  $(m!)^n | (mn)!$
- ۰.۳ باقی مانده  $(m+1)^n - 1$  بر  $m$  برابر با یک است.
- ۰.۴  $m^2 + n^2$  مضربی از ۲ است.

۴- مقدار  $a$  در معادله  $[a,6](a,6) = 24$  کدام است؟

- ۰.۱ ۴
- ۰.۲  $\pm 2$
- ۰.۳  $\pm 4$
- ۰.۴ ۲

۵- کدام یک از معادلات زیر حل پذیر است؟

- ۰.۱  $5x + 10y = 12$
- ۰.۲  $-3x + 6y = 2$
- ۰.۳  $15x + 21y + 6z = 4$
- ۰.۴  $x + 2y = 40$

۶- کدام گزینه یک عدد اول مرسن است؟

- ۰.۱ ۶۳
- ۰.۲ ۱۲۷
- ۰.۳ ۱۷
- ۰.۴ ۱۹

۷-  $10!$  به چند صفر ختم می شود؟

- ۰.۱ ۴
- ۰.۲ ۲
- ۰.۳ ۶
- ۰.۴ ۸

۸- کدام گزینه عکس قضیه ویلسن است؟

- ۰.۱ برای هر عدد طبیعی  $m$ ،  $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m}$  آنگاه  $m$  اول است.
- ۰.۲ برای هر عدد طبیعی  $m$ ،  $m \geq 1$ ،  $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m}$  آنگاه  $m$  اول است.
- ۰.۳ برای هر عدد طبیعی  $m$ ،  $m \geq 2$ ،  $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m}$  آنگاه  $m$  اول است.
- ۰.۴ برای هر عدد طبیعی  $m$ ،  $m > 2$ ،  $(m-1)! \equiv -1 \pmod{m}$  آنگاه  $m$  اول است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

۹-  $\sum_{d|n} \psi(d) = 25$  اگر مقدار  $n$  کدام است؟

۱. ۲۰      ۲. ۱۵      ۳. ۲۵      ۴. ۳۰

۱۰- کدام گزینه همواره درست است؟ ( $\varphi$  تابع اویلر است)

۱.  $m|n$  اگر و فقط اگر  $\varphi(m)|\varphi(n)$       ۲. برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $\varphi(n) | n!$

۳.  $\varphi(3n) = \varphi(2n)$  اگر و فقط اگر  $3|n$       ۴. برای  $m \geq 3$ ،  $\varphi(m)$  زوج است.

۱۱- کدام گزینه در مورد معادله ی همنشتهی  $x^2 \equiv 1 \pmod{7}$  صحیح است؟

۱. دقیقاً دارای یک جواب ناهمنهشت به پیمانه ۷ است.      ۲. دقیقاً دو جواب ناهمنهشت به پیمانه ۷ دارد.  
۳. حداقل سه جواب ناهمنهشت به پیمانه ۷ دارد.      ۴. حداکثر یک جواب ناهمنهشت به پیمانه ۷ دارد.

۱۲- کدام گزینه همواره صحیح است؟

۱. هر عدد اول  $p$  ریشه ای اولیه دارد.  
۲. اعداد طبیعی ۱، ۲، ۳، ۴ ریشه اولیه دارند.  
۳. اگر  $m = 2^\alpha$  و  $\alpha \geq 3$  آنگاه  $m$  ریشه اولیه دارد.  
۴. هر ریشه اولیه فرد از  $p^\alpha$  یک ریشه اولیه برای  $2p^\alpha$  ( $\alpha \geq 1$ ) است.

۱۳- مقدار  $ord_{7 \times 11 \times 14}^{25}$  کدام است؟

۱. ۱۵      ۲. ۲۰      ۳. ۱۰      ۴. ۲۵

۱۴- کدام یک از توابع زیر ضربی است؟

۱.  $n^2 + 1$       ۲.  $\frac{n+1}{n^2}$       ۳.  $\frac{1}{n^3}$       ۴.  $\sqrt{n^2 + n}$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

۱۵- کدام گزینه همواره درست است؟

۱. برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $n^2$  یک عدد تام است.
۲. هر عدد تام به ۶ یا ۲۸ ختم می شود.
۳. حاصل ضرب هر دو عدد اول فرد، یک عدد تام است.
۴. هر عدد تام زوج به صورت مجموع تعداد اولی از اعداد طبیعی متوالی است.

۱۶- کدام گزینه درست است؟

$$\begin{array}{llll} \text{۱.} & \left(\frac{1}{13}\right) = -1 & \text{۲.} & \left(\frac{2}{7}\right) = -1 \\ \text{۳.} & \left(\frac{-3}{7}\right) = 1 & \text{۴.} & \left(\frac{-2}{13}\right) = 1 \end{array}$$

۱۷- کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر  $a$  یک عدد زوج باشد آنگاه  $x^2 \equiv a \pmod{2}$  همواره حل پذیر است.
۲. اگر  $a \equiv 1 \pmod{4}$  آنگاه  $x^2 \equiv a \pmod{4}$  حل پذیر است.
۳.  $x^2 \equiv a \pmod{8}$  حل پذیر است اگر و فقط اگر  $a \equiv 1 \pmod{8}$
۴. معادله همنهشتی  $x^2 \equiv a \pmod{2}$  به ازای هر عدد صحیح فرد  $a$  حل پذیر است.

۱۸- به ازای  $n \geq 1$  مقدار کسر مسلسل  $\langle n, \overline{2n} \rangle$  کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \text{۱.} & \sqrt{n^2 - 1} & \text{۲.} & \sqrt{n^2 + 1} \\ \text{۳.} & \sqrt{n + 1} & \text{۴.} & \sqrt{n - 1} \end{array}$$

۱۹- مقدار کسر مسلسل نامتناهی  $\langle 2, 2, 2, \dots \rangle$  کدام است؟

$$\begin{array}{llll} \text{۱.} & 1 - \sqrt{2} & \text{۲.} & \frac{1 + \sqrt{2}}{2} \\ \text{۳.} & 1 + \sqrt{2} & \text{۴.} & \frac{1 - \sqrt{2}}{2} \end{array}$$

۲۰- کدام کسر مسلسل ساده نامتناهی از اعداد اصم زیر متناوب محض است؟

$$\begin{array}{llll} \text{۱.} & \frac{3}{2} + \sqrt{6} & \text{۲.} & \frac{3 - \sqrt{5}}{2} \\ \text{۳.} & \frac{1 + \sqrt{2}}{3} & \text{۴.} & -1 + 3\sqrt{2} \end{array}$$

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید بی نهایت عدد اول وجود دارد.

۱۰۴۰ نمره

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۷۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

عنوان درس: نظریه اعداد، نظریه مقدماتی اعداد

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۹ -، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۷۹

نمره ۱.۴۰

۲- فرض کنید  $(m, n) = 1$ ، در این صورت ثابت کنید:  $m^{\varphi(n)} + n^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{mn}$

نمره ۱.۴۰

۳- معادله ی همبستگی  $x^2 + x + 7 \equiv 0 \pmod{189}$  را حل کنید.

نمره ۱.۴۰

۴- نشان دهید برای هر عدد طبیعی  $n$ ،  $\sum_{d|n} \frac{1}{d} = \frac{\sigma(n)}{n}$

نمره ۱.۴۰

۵- فرض کنید  $P$  یک عدد اول فرد است و  $(a, p) = 1$ ، در این صورت نشان دهید  $a$  یک مانده درجه دوم به پیمانده  $P$  است اگر فقط اگر  $a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}$