

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی ۱۱۱۲۸۶)

-۱ اگر $n \in \mathbb{N}$ کدام عبارت زیر مثال نقض دارد؟

۱. $\sqrt{n(n+1)}$ گنگ است

۲. $\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n+1}}$ گنگ است

۳. $\sqrt[3]{n} + \sqrt{n+1}$ گنگ است

۴. $\sqrt{n+\sqrt{n}}$ گنگ است

-۲ کدام مجموعه زیر کراندار نیست؟

۱. $\left\{ \frac{x}{x+1} : x \in \left[\frac{-1}{2}, \infty \right) \right\}$ ۲. $\left\{ \frac{1}{1+x^2} : x \in \mathbb{R} \right\}$ ۳. $\{ x \sin x : x \in \mathbb{R} \}$ ۴. $\{ e^{-x^2} \sin x : x \in \mathbb{R} \}$

-۳ اگر $A = \left\{ \frac{1-2n}{1+n} : n \in \mathbb{N} \right\}$ در اینصورت حاصل $\sup A + \sup(-A)$ کدام است؟

۱. -2 ۲. 0 ۳. $\frac{3}{2}$ ۴. $-\frac{1}{2}$

-۴ مجموع حد بالا و پایین دنباله $\left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$ کدام است؟

۱. 0 ۲. 1 ۳. -1 ۴. $-\frac{1}{2}$

-۵ در مورد دنباله $a_n = 1 + \frac{1}{2^p} + \dots + \frac{1}{n^p}$ کدام عبارت صحیح است؟۱. برای $p > 1$ واگرا و برای $p \leq 1$ همگراست. ۲. همیشه واگراست.۳. همیشه همگراست. ۴. برای $p \leq 1$ واگرا و برای $p > 1$ همگراست.-۶ حد دنباله $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n} - n)$ کدام است؟

۱. $-\frac{1}{2}$ ۲. $\frac{1}{2}$ ۳. 0 ۴. وجود ندارد.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۷- فرض کنیم $a_n = (1 + \frac{1}{n})^n$. کدام گزینه درست است؟

۴. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = e$

۳. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$

۲. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{e}$

۱. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$

۸- کدام یک از سری های زیر همگراست؟

۴. $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{n})$

۳. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

۲. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n}$

۱. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)}$

۹- کدام مطلب در مورد سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+x^n}$ درست است؟

۲. همیشه واگراست

۱. همیشه همگراست

۴. برای $|x| \leq 1$ واگرا و برای $|x| > 1$ همگراست

۳. برای $|x| \geq 1$ واگرا و برای $|x| < 1$ همگراست

۱۰- کدام عبارت زیر نادرست است؟

۱. اگر $k \in \mathbb{N}$ سری های $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ و $\sum_{n=k}^{\infty} a_n$ همفتراند.

۲. سری $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n - a_{n+1})$ همگراست اگر و فقط اگر $\{a_n\}$ همگرا باشد.

۳. اگر $C \in \mathbb{R}$ و $a_n \neq 0$ سری $\sum_{n=1}^{\infty} C a_n$ همگراست اگر و فقط اگر $C \neq 0$.

۴. اگر $a_n \geq 0$ و $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ همگرا باشد سری های $\sum_{n=1}^{\infty} a_n^2$ و $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1+a_n}$ نیز همفتراند.

۱۱- حاصل سری $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{2^n 3^n}$ کدام است؟

۴. ۲

۳. $\frac{2}{3}$

۲. $\frac{3}{2}$

۱. ۳

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶)

۱۲- فرض کنید (M, d) یک فضای متریک و $E \subseteq M$. کدام عبارت نادرست است؟

$$۱. (E^\circ)^c = (\bar{E})^c \quad ۲. E^\circ \text{ باز است}$$

$$۳. \text{اگر } E \text{ باز باشد } E = E^\circ \quad ۴. \text{اگر } O \subseteq E \text{ و } O \text{ باز باشد } O \subseteq E^\circ$$

۱۳- کدام گزینه زیر صحیح است؟

۱. اصل کمال در مجموعه اعداد گویا برقرار است.

۲. Q در R چگال است

۳. در مجموعه اعداد حقیقی خاصیت ارشمیدسی برقرار نیست.

۴. اگر P عددی اول باشد آنگاه \sqrt{P} گویاست.۱۴- فرض کنید M یک فضای متریک و A زیر فضایی از آن باشد در اینصورت $C \subseteq A$ در A بسته است اگر و فقط اگر۱. مجموعه ای بسته مانند F در M بتوان یافت که $C = A \cap F$.۲. مجموعه ای بسته مانند F در M بتوان یافت که $F = A \cup C$.۳. مجموعه ای بسته مانند F در M بتوان یافت که $F = A \cap C$.۴. مجموعه ای فشرده مانند k در M بتوان یافت که $C = A \cap k$.۱۵- در مورد مجموعه باز $(0,1)$ کدام مطلب صحیح است؟

۱. فشرده است.

۲. با متریک معمولی کامل است اما با متریک گسسته کامل نیست.

۳. با متریک معمولی کامل نیست اما با متریک گسسته کامل است.

۴. نه با متریک معمولی کامل است نه با متریک گسسته.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) (۱۱۱۰۳۸ - ، آمار ۱۱۱۰۸۷ - ، آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶)

۱۶- فرض کنید (M, d) یک فضای متریک و $E \subseteq M$ اگر E فشرده باشد آنگاه کدام گزینه درست است؟۱. E یک مجموعه کراندار است.۲. E یک مجموعه بسته است.۳. هر زیر مجموعه نامتناهی E در E دارای نقطه انباشتگی است.

۴. هر سه گزینه درست است.

۱۷- کدام عبارت زیر صحیح است؟

۱. اگر A و B همبند باشند $A \cup B$ نیز همبند است.۲. اگر A_1 و A_2 همبند باشند و $A_1 \subseteq B \subseteq A_2$ در اینصورت B همبند است.۳. اگر A همبند باشد \bar{A} نیز همبند است.۴. بازه $[0,1]$ در R_d بامتریک گسسته همبند است.۱۸- کدام عبارت در مورد هر مجموعه در R^n صحیح است؟۱. هر زیر مجموعه فشرده در R^n کامل است.۲. هر زیر مجموعه فشرده در R^n همبند است.۳. هر زیر مجموعه کامل در R^n فشرده است.۴. هر زیر مجموعه همبند در R^n کامل است.۱۹- کدام یک از توابع زیر یک متریک بر مجموعه اعداد حقیقی R نیست؟

$$d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + n|x - y|}; n \in N \quad .2$$

$$d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + |x - y|} \quad .1$$

$$d(x, y) = \begin{cases} x - y & x \geq y \\ y - x & x < y \end{cases} \quad .4$$

$$d(x, y) = |x^2 - y^2| \quad .3$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۲۰- تابع $f(x)$ در R بصورت $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \in Q \\ \cos x & x \notin Q \end{cases}$ تعریف شده است. $f(x)$ در چه نقاطی دارای حد می باشد؟

$$\{x : x = k\pi, k \in N\} \quad ۱. \quad \{x : x = k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in N\} \quad ۲.$$

۴. R

$$\{x : x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in N\} \quad ۳.$$

۲۱- فرض کنید $f(x) = \begin{cases} \cos \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ در اینصورت کدام گزینه درست است؟

۱. $f(x)$ در 0 پیوسته است. $f(x)$ ناپیوستگی نوع دوم در 0 دارد. $۲.$

۳. $f(x)$ در هیچ نقطه ای پیوسته نیست. $f(0^+)$ و $f(0^-)$ موجودند. $۴.$

۲۲- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱. تابع $f : X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه $B \subseteq Y$ داشته باشیم $f^{-1}(B^\circ) \subseteq (f^{-1}(B))^\circ$.

۲. تابع $f : X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه $A \subseteq X$ داشته باشیم $f(\bar{A}) \subseteq \overline{f(A)}$.

۳. تابع $f : X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه فشرده $C \subseteq X$ ، تحدید f بر C پیوسته باشد.

۴. تابع $f : X \rightarrow Y$ پیوسته است اگر و فقط اگر به ازای هر زیر مجموعه باز $A \subseteq X$ ، $f(A)$ باز باشد.

۲۳- حاصل $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \cos x}{x^4}$ کدام است؟

$$\infty \quad ۱. \quad \frac{1}{24} \quad ۲. \quad -\frac{1}{24} \quad ۳. \quad -\frac{1}{12} \quad ۴.$$

۲۴- اگر $f'(c) = A$ و $c \in (a, b)$ در اینصورت حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c-h)}{h}$ کدام است؟

$$A \quad ۱. \quad -A \quad ۲. \quad -2A \quad ۳. \quad 2A \quad ۴.$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (کاربردی)، ریاضی (محض) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۲۵- اگر توابع f و g پیوسته یکنواخت باشند کدام یک از توابع زیر پیوسته یکنواخت است؟

.۴ fg

.۳ $\frac{1}{g}$

.۲ $f + g$

.۱ $\frac{f}{g}$

سوالات تشریحی

۱- در رفتار همگرایی و واگرایی سری زیر بحث کنید.

$$A = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!} x^n$$

۲- قضیه بولتسانو_ و ایراشتراس را بیان و اثبات کنید.

نمره ۱.۷۵

۳- فرض کنید X و Y دو فضای متریک و f تابعی پیوسته از X به Y باشد. ثابت کنید اگر $F \subseteq X$ فشرده باشد، ان گاه $f(F)$ فشرده است.

نمره ۱.۷۵

۴- فرض کنید تابع f بر $[a, b]$ دارای مشتق متناهی است و $f(a) = f(b) = 0$. ثابت کنید به ازای هر λ ، عددی مانند c متعلق به بازه (a, b) وجود دارد بطوریکه $f'(c) = \lambda f(c)$.

نمره ۱.۷۵