



مجاز است.

استفاده از:

۱. مولفه های اصلی از نظر جبری انتخاب ترکیبات خطی ویژه  $P$  متغیر اولیه است که محورهای تولید می کند که

الف. ساده تر است

ب. قابل فهم تر است

ج. جهت ها را با بیشترین تغییر پذیری نشان می دهد

د. دارای همبستگی کمتری است

۲. اگر بردار تصادفی  $[x_1, \dots, x_p]^T$  با ماتریس کوواریانس  $\Sigma$  باشد که دارای زوج مقدار ویژه و بردار ویژه  $(\lambda_1, e_1), \dots, (\lambda_p, e_p)$  باشد در این صورت  $i$  امین این مولفه عبارت است از

y<sub>i</sub> = e<sub>i</sub>' x

الف. y<sub>i</sub> = e<sub>i</sub> x

y<sub>i</sub> = x' e<sub>i</sub>

ج. y<sub>i</sub> = x e<sub>i</sub>

۳. با مراجعه به مساله (۲) واریانس مولفه اصلی  $i$  کدام است

b. λ<sub>i</sub>

الف. e<sub>i</sub>' Σ e<sub>i</sub>

د. صفر

ج. الف و ب صحیح است

۴. با مراجعه به مساله (۲) کواریانس مولفه های  $i$  و  $j$  یعنی  $Cov(y_i, y_j)$  چقدر است؟

b. e<sub>i</sub>' Σ e<sub>j</sub>

الف. صفر

د. یک

ج.  $\frac{\lambda_i}{\lambda_j}$

۵. اگر همه مقادیر ویژه  $\lambda$  باشند مقدار همبستگی بین  $x_i$  و  $y_j$  چقدر است؟ ( $i \neq j$ )

b.  $\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma_{ii}}}$

الف. ۱

د. صفر

ج.  $\sqrt{\frac{\sigma}{\lambda}}$

۶. کدام یک از گزینه های زیر در مورد مولفه های اصلی نادرست است؟

الف. تحت تبدیلات خطی پایدار نمی باشند

ب. از یکدیگر ناهمبسته نمی باشند

ج. تحت تبدیلات خطی پایدار هستند

د. از یکدیگر به طور مجانبی مستقل هستند

مجاز است.

استفاده از:

۷. فرض کنید  $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  مولفه اصلی اول کدام است؟

ب.  $y_1 = X_1 + X_2$

الف.  $y_1 = X_1$

د.  $y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(X_1 - X_2)$

ج.  $y_1 = X_1 - X_2$

الگوی عاملی متعامد چگونه ساختار ماتریس کوواریانس را بیان می کند؟

ب.  $\Sigma = LL'$

الف.  $\Sigma = LF + \psi$

د.  $\Sigma = LF + LL'$

ج.  $\Sigma = L'L + \psi$

۸. برای یک الگوی تحلیل عاملی بر اساس ماتریس همبستگی  $R$  داریم که سهم کل واریانس نمونه مربوط آن عبارت است از .....

ب.  $\frac{\lambda_j}{p}$

الف.  $\frac{\lambda_j}{\sum \lambda_j}$

د. صفر

ج.  $\frac{p}{\lambda_j}$

۹. در رابطه با مدل عاملی  $X - \mu = LF + e$  کدامیک از فرضیات زیر صحیح نمی باشد؟

ب.  $E(e) = 0$

الف.  $Cov(F) = I$

د.  $Cov(E, F) = 0$

ج.  $E(F) = I$

۱۰. برای بدست اوردن عامل ها کدام روش ساده ترین است؟

ب. روش مولفه های اصلی اصلاح شده

الف. روش مولفه های اصلی

د. روش حداقل مرباعات خطأ

ج. روش حداقل درستنمایی

۱۱. می خواهیم رابطه بین دو گروه از متغیرها را اندازه گیری کنیم کدام روش را پیشنهاد می کنید؟

ب. تحلیل عاملی

الف. مولفه های اصلی

د. تحلیل ممیزی

ج. تحلیل همبستگی متعارف

مجاز است.

استفاده از:

۱۳. برای تحلیل همبستگی متعارف کدام عبارت صحیح است؟

الف. اولین زوج متغیرهای متعارف زوج ترکیب خطی  $U_1, V_1$  است که دارای کوواریانس‌های صفر بوده و همبستگی آنها ماکزیم شود.

ب. اولین زوج متغیرهای متعارف زوج ترکیب خطی  $U_1, V_1$  است که دارای کوواریانس‌های واحد بوده و همبستگی آنها مینیمم شود.

ج. اولین زوج متغیرهای متعارف زوج ترکیب خطی  $U_1, V_1$  است که دارای کوواریانس‌های واحد بوده و همبستگی آنها ماکزیم شود.

د. اولین زوج متغیرهای متعارف زوج ترکیب خطی  $U_1, V_1$  است که دارای کوواریانس‌های صفر بوده و همبستگی آنها مینیمم شود.

۱۴. در روش‌های چند متغیره نظریه مؤلفه‌های اصلی، تحلیل عاملی و غیره اگر متغیرها با مقیاس‌های مختلف باشند بهتر است از ماتریس ..... استفاده کنیم.

ب. همبستگی نمونه‌ای

الف. واریانس-کوواریانس نمونه‌ای

د. همبستگی کانونی

ج. همبستگی متعارف

۱۵.تابع ممیز خطی فیشر را چه موقع نمی‌توان به کار برد؟

الف. دو جامعه دارای ماتریس کوواریانس برابر باشند.

ب. دو جامعه دارای ماتریس کوواریانس نابرابر باشند.

ج. میانگینهای دو جامعه نابرابر باشند.

د. همواره این روش به کار می‌رود و محدودیتی ندارد.

$$16. \text{اگر } S_p^{-1} = \begin{pmatrix} 1/31 & -90/4 \\ -60/4 & 1/108 \end{pmatrix}, \bar{X}_\mu = \begin{pmatrix} -0/007 \\ -0/04 \end{pmatrix}, \bar{X}_1 = \begin{pmatrix} -0/25 \\ 0/03 \end{pmatrix} \text{ تابع ممیز فیشر کدام است؟}$$

$$y = 37/6x_1 - 28/9x_2$$

$$y = 22/1x_1 - 25/7x_2$$

$$y = 14/5x_1 - 2x_2$$

$$y = 75/1x_1 - 8/9x_2$$

۱۷. هزینه مورد انتظار رده‌بندی کردن نادرست ECM هنکامیکه  $[1|2]c = c[2|1]$  باشد عبارت است از:

$$\text{الف. } ECM = P(2|1).p_1 + p(1|2).p_\mu$$

$$\text{ب. } ECM = P(2|1).p_\mu + p(1|2).p_1$$

$$\text{ج. } ECM = p_1 \int_{R_1} f_i(x) dx + p_\mu \int_{R_\mu} f_\mu(x) dx$$

$$\text{د. } ECM = \int_{R_\mu} [P_\mu f_\mu(x) - p_1 f_1(x)] dx$$

مجاز است.

استفاده از:

۱۸. در تحلیل ممیزی زیر نرخ خطای ظاهری چقدر است؟

انتساب

خوش خیم بدخیم

خوش خیم (سرطان)	۷۰	۱۰	۸۰
بد خیم (سرطان)	۵	۱۵	۲۰
			۱۰۰

د. ۱/۱۵

ج. ۰/۳۷۵

ب. ۰/۲۵

الف. ۰/۱۲۵

۱۹. روش خوشهای کردن براساس کدامیک از ماتریس‌های زیر انجام می‌شود؟

ب. ماتریس همبستگی

الف. ماتریس واریانس- کوواریانس

د. الف یا ب

ج. ماتریس فاصله

۲۰. کدامیک از روش‌های زیر جزء روش‌های خوش بندی غیر سلسه مراتبی می‌باشد؟

د. پیوند تکی

ج. k میانگین

ب. پیوند متوسط

الف. پیوند کامل

## سؤالات تشریحی

$$1. \text{ فرض کنید متغیرهای تصادفی } X_1, X_2, X_3 \text{ دارای ماتریس کوواریانس } \Sigma = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \text{ و زوجهای مقادیر}$$

ویژه - بردار ویژه زیر باشد؟

$$\lambda_1 = 5/8 \quad e'_1 = [0/4, -0/9, 0]$$

$$\lambda_2 = 2 \quad e'_2 = [0, 0, 1]$$

$$\lambda_3 = 0/1 \quad e'_3 = [0/9, 0/4, 0]$$

مطلوب است مؤلفه‌های اصلی  $\rho_{Y_1, X_1}, Cov(Y_1, Y_2), Y_1$  و همچنین  $(Y_1, Y_3)$  و سهم کل واریانس بیان شده بوسیله دو مؤلفه اول و دوم را بدست آورید. (۲ نمره)

۲. تحلیل عاملی را تعریف کرده و کاربرد آن را به طور مختصر و مفید بیان کنید؟ (۱ نمره)

مجاز است.

استفاده از:

$$3. \text{ در مدل عاملی برای ۳ متغیر } X_1, X_2, X_3 \text{ که دارای ماتریس همبستگی به صورت} \\ \sum = \begin{pmatrix} 1 & 0/9 & 0/7 \\ 0/9 & 1 & 0/4 \\ 0/7 & 0/4 & 1 \end{pmatrix} \text{ باشد}$$

برای  $m = 1$  (یک عامل) نشان دهید که یک انتخاب یکتا با  $\sum \Lambda \Lambda' + \psi$  وجود دارد ولی  $\psi$  لذا این انتخاب قابل قبول نیست. (۱/۵ نمره)

۴. یک محقق داده های کافی برای برآورد توابع چگالی  $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$  مربوط به جامعه های به ترتیب  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  را در اختیار دارد. فرض کنید  $C(1|2) = 10, C(2|1) = 5, P_1 = 0/2, P_2 = 0/8$  با استفاده از قواعد

رد بندی بهینه برای دو جامعه بر اساس نسبت  $\frac{f_1(x)}{f_2(x)}$  فرض کنید توابع چگالی برای یک مشاهده  $x$  عبارت باشد از

$f_1(x) = 0/14, f_2(x) = 0/14, f_3(x) = 0/14$  این مشاهده را به کدام جامعه منتسب می کنیم؟ چرا؟ (۱ نمره)

۵. فواصل فرضی بین زوج های پنج شیء عبارت است از :

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 0 & & & & \\ 9 & 0 & & & \\ 3 & 7 & 0 & & \\ 6 & 5 & 9 & 0 & \\ 11 & 10 & 2 & 8 & 0 \end{pmatrix}$$

با استفاده از الگوریتم پیوند تکی خوشبندی کرده و نمودار دندوگرام (درختواره) را رسم نمائید. (۱/۵ نمره)