



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار و کاربردها - ۱۱۱۷۱۷۰

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. اگر ماتریس کواریانس باشد کدام ماتریس همبستگی است؟

$$\begin{bmatrix} 4 & 0.5 & 0.25 & 0.125 \\ 0.5 & 4 & 0.5 & 0.25 \\ 0.25 & 0.5 & 4 & 0.5 \\ 0.125 & 0.25 & 0.5 & 4 \end{bmatrix}$$

الف. $\frac{1}{4}\Sigma^2$

ب. $\frac{1}{16}\Sigma^2$

ج. $\frac{1}{2}\Sigma$

د. $\frac{1}{4}\Sigma^2$

۲. اگر تابع مولد گشتاور بردار X به صورت $|I - tt'|^{-\frac{n}{2}}$ باشد، تابع مولد گشتاور بردار $AX + b$ که در آن $A \neq 0$ کدام است؟

الف. $|I - tAA't'|^{-\frac{n}{2}}$

ب. $e^{t'b}|I - tAA't'|^{-\frac{n}{2}}$

ج. $|I - A'tt'A|^{-\frac{n}{2}}$

د. $e^{t'b}|I - A'tt'A|^{-\frac{n}{2}}$

۳. میانگین نمونه ای تصادفی ۱۰ تایی از توزیع برداری X به صورت $\bar{X} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ شده است. اگر میانگین جامعه $\mu = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$

و $V = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$ باشد، حاصل $\sum_{i=1}^{10} ((X_i - \mu)(X_i - \mu)')$ کدام است؟

الف. $\begin{pmatrix} 44 & -58 \\ -58 & 91 \end{pmatrix}$

ب. $\begin{pmatrix} 91 & -58 \\ -58 & 44 \end{pmatrix}$

ج. $\begin{pmatrix} 91 & 26 \\ 26 & 44 \end{pmatrix}$

د. $\begin{pmatrix} 44 & 26 \\ 26 & 91 \end{pmatrix}$

۴. اگر مولفه های بردار X مستقل از هم با واریانس یک باشند و $A \neq 0$ یک ماتریس متعامد باشد، ماتریس کواریانس

بردار $AX + b$ به صورت زیر است:

الف. $X'AX$

ب. AXA'

ج. AI

د. I

۵. اگر توزیع بردار $X = (X_1, X_2, X_3)'$ نرمال با میانگین $\mu = (2, 1, 1)'$ و ماتریس کواریانس $\begin{pmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ باشد،

مقدار $var(X_1 + X_3 | X_2 = 7)$ چیست؟

الف. $\frac{32}{3}$

ب. 8

ج. $\frac{x_2+11}{3}$

د. ۴

۶. اگر تابع مولد گشتاور بردار $X = (X_1, X_2)'$ به صورت $M(t_1, t_2) = e^{t_1+t_1^2+t_2^2}$ باشد، توزیع $2X_1 + X_2$ چیست؟

الف. $N(2, 10)$

ب. $N(1, 6)$

ج. $N(2, 8)$

د. $N(1, 8)$

۷. توزیع بردار $X = (X_1, X_2)'$ نرمال با $\mu = (1, 3)'$ و $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$ است. مقدار $var(X_1 X_2)$ کدام است؟

الف. 3.3

ب. 9

ج. 33

د. 42

۸. اگر $X = (X_1, X_2, X_3)'$ بردار تصادفی با توزیع نرمال با ماتریس کواریانس $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ باشد،

حاصل $var(2X_1 - X_2 | X_3 = 1)$ چقدر است؟

الف. 11

ب. 7

ج. $\frac{1}{11}$

د. $\frac{\sqrt{10}}{11}$



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار و کاربردها - ۱۱۱۷۱۷۰

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۹. فرض کنید $X = (X_1, X_2)'$ دارای توزیع نرمال با $\mu = (1, 2)'$ و $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}$ باشد. در این صورت حاصل $E(X_1 | X_2 = 4)$ برابر است با:

د. $\frac{8}{7}$

ج. $\frac{9}{8}$

ب. $\frac{8}{9}$

الف. $\frac{7}{8}$

۱۰. اگر مولفه های بردار $X = (X_1, X_2, X_3)'$ نمونه ای تصادفی سه تایی از توزیع نرمال استاندارد باشد و $L = (1, 1, 1)'$ در این صورت $var(X'LL'X)$ چقدر است؟

د. 3

ج. 12

ب. 6

الف. 18

۱۱. ماتریس کواریانس نمونه $\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} -4 \\ 2 \end{pmatrix}$ و $\begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ کدام است؟

د. $\begin{pmatrix} 19 & -6 \\ -6 & 12 \end{pmatrix}$

ج. $\begin{pmatrix} 38 & -12 \\ -12 & 25 \end{pmatrix}$

ب. $\begin{pmatrix} 12 & -6 \\ -6 & 19 \end{pmatrix}$

الف. $\begin{pmatrix} 25 & -12 \\ -12 & 38 \end{pmatrix}$

۱۲. نمونه ی تصافی از توزیعی با $\Sigma = \sigma^2[(1 - \rho)I_3 + \rho LL']$ گرفته ایم و ماتریس کواریانس نمونه به صورت $\begin{bmatrix} 7.82 & 7.93 & 7.98 \\ 7.93 & 9.38 & 8.87 \\ 7.98 & 8.87 & 9.79 \end{bmatrix}$ به دست آمده است. برآورد درستنمایی ماکزیمم (ρ, σ^2) به چه صورت است؟

د. $(0.88, 9)$

ج. $(9, 0.918)$

ب. $(0.918, 9)$

الف. $(0.2, 9)$

۱۳. توزیع آماره آزمون $\rho_{3,14} = 0$ در یک نمونه ۱۰ تایی از توزیع ۴ متغیره چیست؟

د. $F_{2,6}$

ج. $F_{3,6}$

ب. $F_{2,7}$

الف. $N(0, \frac{1}{3})$

۱۴. مولفه های بردار $(X_1, X_2, X_3, X_4)'$ دارای واریانس برابر یک و کواریانس دو به دو آنها برابر $\frac{1}{2}$ است. مقدار $\rho_{12,34}$ کدام است؟

د. 0.30

ج. 0.15

ب. 0.5

الف. 0.25

۱۵. اگر $\bar{X} = (1 \text{ و } 2)'$ بردار میانگین نمونه ۴ تایی از توزیع نرمال و $S = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ماتریس کواریانس این نمونه باشد، آماره هتلینگ برای آزمون $\mu = (1 \text{ و } -1)'$ کدام گزینه است؟

د. ۷۲

ج. ۱۶۰

ب. ۱۰۸

الف. ۲۱۶

۱۶. در آزمون فرض $\Sigma = I_p$ مقدار بحرانی آزمون به چه چیزی وابسته است؟

د. دترمینان و اثر S

ج. n, S

ب. p, α

الف. واریانس S



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار و کاربردها - ۱۱۱۷۱۷۰

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۱۷. فرض کنید $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ ماتریس کواریانس بردار $X = (X_1, X_2)'$ باشد. کدام گزینه مولفه های اصلی را نشان می دهد؟

$$\begin{cases} Y_1 = X_1 \\ Y_2 = X_2 \end{cases} \text{ب.}$$

$$\begin{cases} Y_1 = X_2 \\ Y_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}X_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}X_2 \end{cases} \text{الف.}$$

$$\begin{cases} Y_1 = X_1 - X_2 \\ Y_2 = X_1 + X_2 \end{cases} \text{د.}$$

$$\begin{cases} Y_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}X_1 + \frac{1}{\sqrt{2}}X_2 \\ Y_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}X_1 - \frac{1}{\sqrt{2}}X_2 \end{cases} \text{ج.}$$

۱۸. اگر ماتریس کواریانس بردار به صورت $\begin{bmatrix} 1 & 0.25 & 0.25 \\ 0.25 & 1 & 0.25 \\ 0.25 & 0.25 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، واریانس دومین مولفه اصلی کدام است؟

د. ۰/۲۵

ج. ۲۰

ب. ۱/۵

الف. ۰/۷۵

۱۹. اگر Π_1 و Π_2 معرف دو جمعیت نرمال با میانگین های به ترتیب (1) و (2) و ماتریس کواریانس مشترک $\Sigma = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ باشد، تابع ممیزی خطی فیشر برای مشاهده $X_0 = (X_{01}, X_{02})'$ کدام گزینه است؟

$$\frac{2X_{01} - X_{02}}{3} \text{د.}$$

$$\frac{2X_{01} + X_{02}}{3} \text{ج.}$$

$$\frac{2X_{02} - X_{01}}{3} \text{ب.}$$

$$\frac{2X_{02} + X_{01}}{3} \text{الف.}$$

۲۰. در سوال ۱۹ مجذور فاصله ی ماها لانویس چقدر است؟

د. $\frac{2}{3}$ ج. $\frac{1}{3}$ ب. $\frac{3}{2}$

الف. 3

سوال های تشریحی

۱. فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ی تصادفی از توزیع $N_p(\mu, \Sigma)$ که در آن μ یک عدد حقیقی است. امید ریاضی و واریانس

$$\text{متغیرهای تصادفی } T_1 = \frac{L'\bar{X}}{L'L} \text{ و } T_2 = \frac{L'\Sigma^{-1}\bar{X}}{L'\Sigma^{-1}L} \text{ را حساب کنید. (دو نمره)}$$

۲. اگر A_1 و A_2 ماتریس های خود توان باشند و بردار $X \sim N_p(\mu, I_p)$ نشان دهید $Y_1 = X'A_1X$ مستقل از $Y_2 = X'A_2X$ است

اگر و تنها اگر $A_1A_2 = 0$ (یک نمره)



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: روشهای چند متغیره پیوسته ۱

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار و کاربردها - ۱۱۱۷۱۷۰

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۳. نمرات امتحانی ۸۷ دانشجو در سه درس با بردار $X = (X_1, X_2, X_3)'$ بررسی شده و نتایج زیر حاصل شده است اگر توزیع نمرات، نرمال با میانگین $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3)'$ و ماتریس کواریانس Σ باشد، فواصل اطمینان بون فرونی را برای مولفه های بردار میانگین به دست آورید.

$$\bar{X} = \begin{pmatrix} 527/74 \\ 54/69 \\ 25/13 \end{pmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 5691/34 & 600/51 & 217/25 \\ 600/51 & 126/05 & 23/36 \\ 217/25 & 23/36 & 23/11 \end{bmatrix}$$

عدد جدول را $c = 2.44$ بگیرید. (یک و نیم نمره)

۴. در جدول زیر اطلاعات مربوط به میزان ترافیک روزانه در دو فصل تابستان و پاییز برای دو منطقه ی شمالی و جنوبی یک شهر داده شده است. آیا با خطای ۵ درصد، ترافیک بین دو منطقه شهر برابر است؟ عدد جدول فیشر را $6/94$ بگیرید. (دو نمره)

	جنوب	منطقه	شمال	منطقه
سال	تابستان	پاییز	تابستان	پاییز
۱۹۹۲	۲۶۰۰	۲۳۵۰	۱۴۵۰	۱۳۰۰
۱۹۹۱	۲۸۵۰	۲۳۵۰	۱۷۵۰	۱۴۵۰
۱۹۹۰	۲۸۰۰	۲۲۵۰	۱۷۰۰	۱۳۵۰
۱۹۸۹	۲۷۵۰	۲۲۰۰	۱۶۵۰	۱۳۰۰
۱۹۸۸	۲۴۰۰	۲۲۵۰	۱۳۵۰	۱۲۵۰
۱۹۸۷	۲۴۵۰	۲۳۰۰	۱۴۰۰	۱۳۰۰

۵. نشان دهید در رده بندی مشاهده ی x_0 در یکی از دو جمعیت Π_1 و Π_2 با میانگین های به ترتیب μ_1 و μ_2 و کواریانس مشترک و معلوم Σ احتمال خطای نوع اول و احتمال خطای نوع دوم برابر $\Phi\left(\frac{-1}{2}\Delta\right)$ است که Δ فاصله ماهالانوبیس بین دو جامعه و $\Phi(0)$ تابع توزیع نرمال استاندارد است. (یک و نیم نمره)