

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

درس: روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس: آمار۰۴۹۱۱۷

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- اگر مجموع مولفه های یک ماتریس ضریب همبستگی  $3 \times 3$ ، را با  $A$  نمایش دهیم، آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $-6 < A < 3$       ۲.  $0 < A < 9$       ۳.  $-3 < A < 9$       ۴.  $-9 < A < 3$

۲- کدام کمیت، واریانس کل نامیده می شود؟

۱.  $tr(\Sigma)$       ۲.  $|\Sigma|$       ۳.  $\frac{1}{P}$       ۴.  $|P|$

۳- براساس نمونه ای تصادفی به اندازه ی ده از بردار تصادفی  $X$ ،  $\bar{x} = (1 \ 2)'$  به دست آمده است. اگر  $\mu = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  و

$$\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})' = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$
 ، آنگاه مقدار  $\sum_{i=1}^{10} (x_i - \mu)(x_i - \mu)'$  برابر کدام گزینه است؟

۱.  $\begin{pmatrix} 11 & 11 \\ 11 & 12 \end{pmatrix}$       ۲.  $\begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 11 & 10 \end{pmatrix}$       ۳.  $\begin{pmatrix} 11 & 31 \\ 31 & 92 \end{pmatrix}$       ۴.  $\begin{pmatrix} 10 & 31 \\ 31 & 92 \end{pmatrix}$

۴- فرض کنید  $Y = X_1 + 2X_2 + 5X_3$  با  $E(X_i) = \mu_i$  و  $Var(X_i) = \sigma_{ii}$  و برای  $i \neq j$   $Cov(X_i, X_j) = \sigma_{ij}$  است. آنگاه کدام گزینه نادرست است؟

۱.  $E(Y) = \mu_1 + 2\mu_2 + 5\mu_3$

۲.  $Var(Y) = \sigma_{11} + 4\sigma_{22} + 25\sigma_{33} + 4\sigma_{12} + 10\sigma_{13} + 20\sigma_{23}$

۳.  $E(Y - 8(X_1 - \mu_2)) = \mu_1 + 2\mu_2 + 5\mu_3$

۴.  $Var(1-Y) = \sigma_{11} + 4\sigma_{22} + 25\sigma_{33} + 4\sigma_{12} + 10\sigma_{13} + 20\sigma_{23}$

۵- کدام گزینه نمایانگر تابع مولد گشتاوری  $N\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & a \\ a & 2 \end{pmatrix}\right)$  است؟

۲.  $\exp(t_1 - t_2 + t_1^2 + t_2^2 + 2at_1t_2)$

۱.  $\exp(t_1 - t_2 + t_1^2 + t_2^2 + at_1t_2)$

۴.  $\exp(t_1 + t_2 + \frac{1}{2}t_1^2 + \frac{1}{2}t_2^2 + at_1t_2)$

۳.  $\exp(t_1 - t_2 + \frac{1}{2}t_1^2 + \frac{1}{2}t_2^2 + 2at_1t_2)$



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

درس: روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۴۹

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۶- اگر  $X \sim N_4(\mu, \Sigma)$  با بردار  $\mu = (1 \ 3 \ 2 \ 1)'$  و ماتریس کوواریانس  $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  باشد، آنگاه کدام

گزینه میانگین شرطی  $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$  به شرط  $\begin{pmatrix} X_3 \\ X_4 \end{pmatrix}$  است؟

۲.  $\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

۱.  $\begin{pmatrix} \frac{X_4 + X_3}{2} \\ \frac{2X_2}{3} \end{pmatrix}$

۴.  $\begin{pmatrix} \frac{X_4 - X_3}{2} + \frac{3}{2} \\ 4 - \frac{2X_2}{3} \end{pmatrix}$

۳.  $\begin{pmatrix} \frac{X_4 + X_3 + 3}{2} \\ 4 + \frac{2X_2}{3} \end{pmatrix}$

۷- اگر  $X \sim N_4(\mu, \Sigma)$  با بردار  $\mu = (1 \ 3 \ 2 \ 1)'$  و ماتریس کوواریانس  $\Sigma = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$  باشد، آنگاه کدام

گزینه ماتریس کوواریانس شرطی  $\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$  به شرط  $\begin{pmatrix} X_3 \\ X_4 \end{pmatrix}$  است.

۴.  $\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 1 & 19 \end{pmatrix}$

۳.  $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 11 & 1 \\ 1 & 19 \end{pmatrix}$

۲.  $\frac{1}{3} \begin{pmatrix} 19 & 1 \\ 1 & 11 \end{pmatrix}$

۱.  $\begin{pmatrix} \frac{19}{6} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{11}{3} \end{pmatrix}$

۸- اگر بردار تصادفی  $X$  سه بعدی و دارای توزیع نرمال باشد کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $\text{Var}(X_1 + X_2 | X_1 + X_3 = 1) = \text{Var}(X_1 + X_2 | X_1 + X_3 = 9)$

۲.  $E(X_1 + X_2 | X_2 + X_3 = 4) = E(X_1 + X_2 | X_2 + X_3 = 9)$

۳.  $E(X_1 + X_2 | X_2 X_3 = 0) = E(X_1 | X_2 X_3 = 0)$

۴.  $\text{Var}(X_1 + X_2 | X_1 + X_2 = 4) = 5$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/گد درس: آمار ۱۱۷۰۴۹

۹- اگر بردار تصادفی  $X$  دارای توزیع نرمال با ماتریس کوواریانس  $\Sigma = (1-\rho)I_p + \rho LL'$  باشد آنگاه ضریب تابع چگالی بردار تصادفی برابر با کدام گزینه است؟

$$.1 \quad \frac{\rho}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} (1-\rho)^p (1+\frac{p\rho}{1-\rho})}$$

$$.2 \quad \frac{\rho}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} (1-\rho)^p (1+\frac{p\rho}{1-\rho})}$$

.۴ به بردار میانگین بستگی دارد.

$$.3 \quad \frac{\rho}{(2\pi)^{\frac{p}{2}} (1-\rho)^p (1+\rho)}$$

۱۰-  $X \sim N_n(\mu L, I_n)$  که در آن برداری با مولفه های یک است، آنگاه واریانس  $X'AX$  برابر کدام گزینه می شود هرگاه  $A = I_n - n^{-1}LL'$  است؟

$$.1 \quad n-1 \quad .2 \quad 2 \quad .3 \quad 2(n-1) \quad .4 \quad \mu^2 + n$$

۱۱- وقتی مقدار  $n-p$  بزرگ باشد توزیع آماره  $n(\bar{X} - \mu)'S^{-1}(\bar{X} - \mu)$  کدام گزینه است؟

.۱ نرمال

.۲ کای اسکور

.۴ هتلینگ

.۳ بستگی به توزیع  $X$  دارد

۱۲- با توجه به مدل کوواریانس بین طبقه ای،  $\Sigma = (1-p)I_p + pLL'$ ، کدام گزینه صحیح است؟

$$.1 \quad \rho = \frac{L'\Sigma L - tr \Sigma}{(p-1) tr \Sigma}$$

$$.2 \quad \rho = \frac{L'\Sigma L - tr \Sigma}{(p+1) tr \Sigma}$$

$$.3 \quad \rho = \frac{L'\Sigma L + tr \Sigma}{(p+1) tr \Sigma}$$

$$.4 \quad \rho = \frac{L'\Sigma L + tr \Sigma}{(p-1) tr \Sigma}$$

۱۳- پارامتر نامرکزی در توزیع تی چگونه به وجود می آید؟

.۱ متغیر تصادفی در صورت کسر دارای میانگین غیرصفر است.

.۲ متغیر تصادفی در مخرج کسر دارای میانگین غیرصفر است.

.۳ متغیر تصادفی در صورت کسر دارای واریانس غیریک است.

.۴ متغیر تصادفی در مخرج کسر دارای واریانس غیریک است.

۱۴- ماتریس کوواریانس  $\Sigma = \begin{pmatrix} 1 & \rho \\ \rho & 1 \end{pmatrix}$  و ماتریس کوواریانس نمونه ای به صورت  $S = \begin{pmatrix} 1/1 & 0/8 \\ 0/8 & 0/99 \end{pmatrix}$  است بر آورد

ماکسیمم درستنمایی برای  $\rho$  کدام گزینه است؟

.۴ ۰/۹۹

.۳ ۰/۳۸

.۲ ۰/۸

.۱ ۰/۷۷

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

درس: روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس: آمار۰۴۹۱۱۷

۱۵- آماره ی آزمون فرض صفر شدن مقدار همبستگی جزئی در حالتی که اندازه ی نمونه بزرگ است دارای چه مقدار واریانس است؟

$$(n - \rho)^{-1} \quad .1 \quad (n - \rho + 1)^{-1} \quad .2 \quad (n - \rho - 1)^{-1} \quad .3 \quad (n - \rho)^{-1} \quad .4$$

۱۶- در یک نمونه ای تصادفی دوازده تایی از توزیع نرمال چندمتغیره، مقدار  $R^2 = 0.87$  به دست آمده، مقدار آماره ی آزمون فرضیه  $\rho_{1,2,3} = 0$  برابر کدام گزینه است؟

$$28/6 \quad .1 \quad 33/93 \quad .2$$

$$26/4 \quad .3 \quad .4 \quad \text{نیاز به محاسبه ی } I_{1,2,3} \text{ است.}$$

۱۷- در فضای چهار بعدی، در حالتی که همه ی همبستگی ها بین متغیرهای تصادفی مقداری مشترک و برابر است، مقدار همبستگی جزئی برابر کدام گزینه است؟

$$\frac{1}{4} \quad .1 \quad \frac{1}{5} \quad .2 \quad \frac{1}{3} \quad .3 \quad \frac{1}{6} \quad .4$$

۱۸- در آزمون فرض بردار میانگین توزیع نرمال چندمتغیره، مقدار آماره ی هتلینگ با چه کمیتی مقایسه می شود؟

$$\frac{n-1}{n-p} F_{p,n-p} \quad .1 \quad \frac{n-1}{n-p} p F_{p,n-p} \quad .2$$

$$\frac{n-1}{n-p} F_{n-p,p} \quad .3 \quad \frac{n-1}{n-p} p F_{n-p,p} \quad .4$$

۱۹- با توجه به تساوی کوشی، مقدار عبارت  $\max_{a \neq 0} \frac{(d'd)^2}{a'Ba}$  برابر با کدام گزینه است؟

$$d'Bd \quad .1 \quad d'B^{-1}d \quad .2 \quad (d'Bd)^2 \quad .3 \quad (d'B^{-1}d)^2 \quad .4$$

۲۰- بهترین فواصل اطمینان برای بردار میانگین، کدام گزینه است؟

$$1. \text{ فواصل اطمینان شفه} \quad .1 \quad 2. \text{ فواصل اطمینان توکی} \quad .2$$

$$3. \text{ فواصل اطمینان بن فرونی} \quad .3 \quad 4. \text{ فواصل اطمینان بیضی گون} \quad .4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

درس: روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۴۹

۲۱- فرض کنید مقادیر ۳، ۴، ۳ مقادیر ویژه ی ماتریس کوواریانس نمونه ای باشد در اینصورت حجم این ناحیه

$$(\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu) \leq 16$$
 برابر با کدام گزینه است؟

۱.  $2^{\circ} \times 3^{\circ} \pi$

۲.  $2^{\circ} \pi$

۳.  $\frac{2^{\circ}}{3} \pi$

۴.  $2^{\circ} \pi$

۲۲- در بیضی گون پیش بینی کننده شرطی بردار  $X_1$  ، مقدار  $c$  در عبارت  $(X_1 - \bar{X}_{1,p})' S_{1,p}^{-1} (X_1 - \bar{X}_{1,p}) < c$ 

برابر کدام گزینه است؟

۱.  $X^2 p, a$

۲.  $X^2 q, a$

۳.  $\frac{(n-1)p}{n-p} F_{p, n-p, a}$

۴.  $F_{p, n-p, a}$

۲۳- برای یک نمونه ی تصادفی به اندازه ی ده از یک جامعه نرمال دو متغیری، داریم:

$$\begin{pmatrix} \bar{X}_1 \\ \bar{X}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1.5 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

یک فاصله اطمینان همزمان ۹۰ درصدی به روش بن فرونی برای بردار میانگین جامعه کدام گزینه است؟

۱.  $\begin{pmatrix} -0.51 & 1.51 \\ 0.49 & 2.51 \end{pmatrix}$

۲.  $\begin{pmatrix} -0.51 & 1.51 \\ -0.49 & 2.51 \end{pmatrix}$

۳.  $\begin{pmatrix} -0.36 & 1.36 \\ 0.64 & 2.36 \end{pmatrix}$

۴.  $\begin{pmatrix} 0.36 & 1.36 \\ 0.49 & 2.51 \end{pmatrix}$

۲۴- در آزمون هتلینگ برای بردارهای جفت، چه شرطی باید برقرار باشد؟

۱. دو مولفه از هم مستقل باشند.

۲. مولفه ها باید وابسته باشند.

۳. مولفه ها به طور همزمان نمونه گیری شوند.

۴. اندازه نمونه از هر مولفه یکسان باشد.

۲۵- متغیر تصادفی  $\frac{1 - \sqrt{U_{2,m,f}}}{m \sqrt{U_{2,m,f}}}$  با کدام گزینه هم توزیع است؟

۱.  $F_{2m,2}$

۲.  $F_{2,2(f-1)}$

۳.  $F_{2(f-1),2m}$

۴.  $F_{2m,2(f-1)}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/گد درس: آمار ۱۱۷۰۴۹

## سوالات تشریحی

۱- برای اطلاعات داده شده، جدول آنالیز واریانس را تشکیل دهید و توزیع آماره، برای آزمودن برابری میانگین های سه جامعه، را تعیین کنید.

III	II	I
$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$		

۲- ماتریس کوواریانس افزاز شده با ماتریس های زیر را در نظر بگیرید:

$$\Sigma_{11} = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}, \quad \Sigma_{22} = \begin{pmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 7 \end{pmatrix}, \quad \Sigma_{12} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

مقادیر همبستگی های کانونی  $\rho_1$  و  $\rho_2$  را بیابید.

۳- در رده بندی ممیزی، از دو جامعه نرمال چندمتغیره با ماتریس کوواریانس مشترک معلوم، نشان دهید خطاها با هم برابرند.

۴- براساس یک نمونه تصادفی، به روش آزمون نسبت درستنمایی ماکسیمم ناحیه ی رد آزمون زیر را به دست آورید.

$$H_0: \Sigma = \Sigma_0, \quad H_1: \Sigma \neq \Sigma_0$$

۵- نشان دهید ضریب همبستگی بین مولفه های اصلی و مولفه های اولیه برابر است با:

$$\rho_{Y_i, X_k} = \frac{e_{ki} \sqrt{\lambda_i}}{\sqrt{\sigma_{kk}}}, \quad i, k = 1, 2, \dots, p$$