



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی / کُد درس: آمار - ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها - ۱۱۱۷۱۶۳ - آمار ریاضی - ۱۱۱۷۰۳۶

---

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. اگر فرض کنیم ضریب همبستگی بین دو متغیر  $X$  و  $Y$  برابر  $0/3$  ضریب همبستگی بین  $0/5Y + 2$  و  $0/2X + 5$  چقدر است؟

الف.  $0/2$  ب.  $0/35$  ج.  $0/3$  د.  $0/9$ 

۲. اگر متغیر  $Z$  برحسب متغیرهای  $X$  و  $Y$  بصورت  $Z = \frac{X - \mu_x}{\sigma_x} - \frac{Y - \mu_y}{\sigma_y}$  باشد به شرط آنکه ضریب همبستگی بین  $Y$  و  $X$  مقدار  $\rho$  باشد مقدار  $Var(z)$  کدام گزینه است؟

الف.  $1 - \rho$  ب.  $1 + \rho$  ج.  $2(1 - \rho)$  د.  $2(1 + \rho)$ 

۳. اگر دو بردار  $X$  و  $Y$  بصورت  $X = (2, 2, -1)$  و  $Y = (2, -1, 2)$  باشد برآورد ضریب همبستگی بین  $X$  و  $Y$  چقدر است؟

الف. صفر ب. یک ج.  $0/5$  د.  $-0/4$ 

۴. با فرض آنکه متغیرهای  $X$  و  $Y$  دارای توزیع نرمال توأم هستند برای بررسی ضریب همبستگی نمونه‌ای به اندازه  $n = 18$

انتخاب شده و  $r = 0/8$  بدست آمده است. مقدار آماره‌ی آزمون برای بررسی فرضیه  $H_0: \rho = 0$  در بردار  $H_1: \rho \neq 0$  چقدر است؟

الف.  $1/87$  ب.  $-2/19$  ج.  $1/75$  د.  $5/33$ 

۵. اگر فرض کنیم که تابع پیش بینی کننده  $Y$  برحسب  $X$  بصورت  $l(X) = a + bX$  باشد با داشتن

$\mu_X = 2, \mu_Y = 4, \rho = \frac{1}{2}, \delta_Y^2 = 4, \delta_X^2 = 1$  باشد  $l(X)$  کدام گزینه است؟

الف.  $x + 1$  ب.  $x + 2$  ج.  $x - 1$  د.  $x - 2$



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): نسی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: نسی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار - ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها - ۱۱۱۷۱۶۳ - آمار ریاضی - ۱۱۱۷۰۳۶

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۶. برای دو متغیر  $X, Y$  اگر در نمونه‌ای  $n = 12$  تایی داشته باشیم  $b = 2$ ,  $S_X^2 = 3$ ,  $S_Y^2 = 4$  مقدار  $\hat{\sigma}^2$  چقدر است؟

الف. ۴/۸ ب. ۵/۷ ج. ۱۷/۹ د. ۱۸/۱

۷. برای دو متغیر  $X, Y$  در نمونه‌ای به اندازه  $n = 5$  داریم  $\hat{b} = 0.052$ ,  $S_X^2 = 346$ ,  $S_Y^2 = 0.84$  در پایین یک فاصلهاطمینان ۹۵ درصد برای  $b$  چقدر است؟  $t(t_{3, 0.025}) = 2/35$ 

الف. ۰/۱۴۵ ب. ۲/۳۶ ج. ۱۰۴- د. ۱/۷۵

۸. اگر شما هیچ اطلاعی از رگرسیون ندانید پیش بینی مقدار  $Y$  برای حسب متغیر  $X$  وقتی که  $n$  زوج نمونه از دو متغیر داریم از

کدام رابطه استفاده می‌کنیم؟

$$\hat{Y} = \frac{\hat{X} + \bar{Y}}{2} \quad \text{ب.}$$

$$\hat{Y} = \bar{X} + \bar{Y} \quad \text{الف.}$$

$$\hat{Y} = \bar{X} \quad \text{د.}$$

$$\hat{Y} = \bar{Y} \quad \text{ج.}$$

۹. در مدل رگرسیون خطی ساده در کدام گزینه دلیلی بر وجود رابطه خطی بین  $X, Y$  است؟الف. هر چقدر  $SST$  بزرگ باشد. ب. هر چقدر  $SSE$  کوچک باشد.ج. هر چقدر  $SSR$  کوچک باشد. د. هر چقدر  $SST$  کوچک باشد.

۱۰. در مدل رگرسیون خطی ساده کدام رابطه زیر درست نمی‌باشد؟

$$Cov(\hat{c}, \hat{b}) = \frac{\sigma^2}{n} \quad \text{ب.}$$

$$Cov(\hat{c}, \hat{b}) = 0 \quad \text{الف.}$$

$$Cov(\hat{a}, \hat{b}) = 0 \quad \text{د.}$$

$$Cov(\hat{a}, \hat{b}) = \frac{-\sigma^2 \bar{X}}{ns_X^2} \quad \text{ج.}$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار - ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها - ۱۱۱۷۱۶۳ - آمار ریاضی - ۱۱۱۷۰۳۶

---

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۱. در نمونه به اندازه  $n$  از مدل  $Y = a + bx + E$  مقدار واریانس پارامتر نمونه‌ای  $\hat{a} + \hat{b}x_0$  کدام گزینه است؟

$$\text{الف. } \left( \frac{1}{x} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{ns^2x} \right) \sigma^2 \quad \text{ب. } \left( 1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{ns^2x} \right) \sigma^2$$

$$\text{ج. } \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{ns^2x} \sigma^2 \quad \text{د. } 1 + \frac{(x_0 - \bar{x})^2}{ns^2x} \sigma^2$$

۱۲. اگر در مدل  $Y = a + bx + E$  مقدار ضریب همبستگی نمونه‌ای  $r = 0.9$  باشد نتیجه اینکه:الف. ۹۰٪ از تغییرات متغیر  $Y$  ناشی از تغییر متغیر  $X$  است.ب. ۱۰٪ از تغییرات متغیر  $Y$  ناشی از تغییر متغیر  $X$  است.ج. ۸۱٪ از تغییرات متغیر  $Y$  ناشی از تغییر متغیر  $X$  است.د. ۱۹٪ از تغییرات متغیر  $Y$  ناشی از تغییر متغیر  $X$  است.۱۳. بردار  $(\bar{X} \dots \bar{X})$  بردار تصویر  $(X_1 \dots X_n)$  روی چه برداری است؟

$$\text{الف. } (1, \dots, 1) \quad \text{ب. } (0, 0, \dots, 0) \quad \text{ج. } (x_1, \dots, x_n) \quad \text{د. } (\bar{x}, \dots, \bar{x})$$

$$14. \text{ اگر بردار } Y = (Y_1, Y_2, Y_3) \text{ دارای } E(Y) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, \text{ و } \sum Y = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ باشد}$$

اگر  $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$  باشد ماتریس کواریانس  $BY + C$  کدام گزینه است؟

$$\text{الف. } \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{ب. } \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{ج. } \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{د. } \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار- ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها- ۱۱۱۷۱۶۳ - آمار ریاضی- ۱۱۱۷۰۳۶

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۱۵. اگر  $(Y_1, Y_2)$  دارای چگالی نرمال دو بعدی با میانگین  $\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_{12} \end{bmatrix}$  و واریانس  $\Sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} \end{pmatrix}$  باشد  $E(Y_2 | y_1)$

کدام گزینه است؟

$$\text{ب. } \mu_1 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (Y_2 - \mu_2)$$

$$\text{الف. } \mu_1 + \rho \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (Y_2 - \mu_2)$$

$$\text{د. } \mu_2 + \rho \frac{\sigma_1}{\sigma_2} (Y_1 - \mu_1)$$

$$\text{ج. } \mu_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (Y_1 - \mu_1)$$

۱۶. در مدل  $Y = Xa + E$  که  $E(E) = O$ ،  $\Sigma_E = \sigma^2 I$  برآوردیاب  $E(Y)$  برای کدام گزینه است؟

$$\text{ب. } \hat{\mu} = [I - X(X'X)^{-1}x']Y$$

$$\text{الف. } \hat{\mu} = X(X'X)^{-1}x'Y$$

$$\text{د. } \hat{\mu} = (I - (X'X)^{-1}x')Y$$

$$\text{ج. } \hat{\mu} = (X'X)^{-1}x'Y$$

۱۷. هرگاه ستونهای ماتریس  $X$  در مدل  $Y = Xa + E$  مستقل نباشد کدام گزینه درست نمی باشد؟

الف. برآورد  $a$  یکتا نیستب. تصویر  $Y$  روی فضای ستونهای  $X$  یکتا نیست

ج. از رگرسیون ستیخی استفاده می کنیم.

د. هم خطی در رگرسیون وجود ندارد.



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: رگرسیون

رشته تحصیلی/ کُد درس: آمار- ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها- ۱۱۱۷۱۶۳ - آمار ریاضی- ۱۱۱۷۰۳۶

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۸. اگر برای سه متغیر  $X_1, X_2, X_3$  داشته باشیم
$$V(X_1 | X_2) = 9, V(X_3 | X_2) = 16, Cor(X_1, X_3 | X_2) = 7$$

ضریب همبستگی جزئی  $\rho_{13|2}$  چقدر است؟

$$\frac{\sqrt{7}}{36} \quad \text{د.}$$

$$\frac{7}{144} \quad \text{ج.}$$

$$\frac{7}{36} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{144} \quad \text{الف.}$$

۱۹. در رگرسیون لجستیک  $E(Y | x)$  کدام گزینه است؟

$$P(Y = 1 | x) \quad \text{ب.}$$

$$P(Y = 0 | x) \quad \text{الف.}$$

$$P(Y | x = 1) \quad \text{د.}$$

$$P(Y | x = 0) \quad \text{ج.}$$

۲۰. در مدل خطی چندگانه آماری آزمون برای فرم کد گزیننه است؟  $\mu_a = 0$ :  $H_0$  طبق روش راهنمایی گسترده  $L$  کدام

گزینه است؟

$$\frac{\|y - \hat{\mu}\|^n}{\|y - \hat{\mu}\|^n - \|y - \hat{\mu}\|} \quad \text{ب.}$$

$$\frac{\|y - \hat{\mu}\|^n}{\|y - \hat{\mu}\|^n} \quad \text{الف.}$$

$$\frac{\|y - \hat{\mu}\|^n}{\|y - \hat{\mu}\|^n \|y - \hat{\mu}\|^n} \quad \text{د.}$$

$$\frac{\|y - \hat{\mu}\|^n}{\|y - \hat{\mu}\|^n} \quad \text{ج.}$$



استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

سوالات تشریحی

۱. فرض کنید  $n = 128$  ,  $r = 0.14$  باشد. یک فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای  $\rho$  پیدا کنید.

۲. فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  میانگین  $\mu$  و واریانس  $\sigma^2$  باشد. نشان دهید که تابع  $h(a) = E_X(|X - a|^2)$  موقعی

مینیمم می شود که  $a = \mu$  ، حال نتیجه بگیرید که  $E(|Y - d(x)|^2 | X = x)$  موقعی مینیمم می شود که  $Y | X = x$

$$d(X) = E(Y | X = x)$$

۳. در مدل  $Y | x = a + bx + E$  بردارهای  $a, b$  را بدست آورید و نشان دهید که آن برآوردها، برآوردی نارایی هستند.

۴. با استفاده از داده های زیر با فرض  $Y | x_1, x_2, x_3 = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + E$  ,  $E \sim N(0, \sigma^2)$  با ستونهای

$a_1, a_2, a_3, \sigma^2$  برآورد کنید.

$x_1$	۱	۲	۲	۱	۳	۲	۱	۲	۳
$x_2$	۲	۳	۱	۳	۳	۲	۱	۳	۲
$y$	۱	۳	۱	۳	۳	۲	۱	۲	۳

۵. مدل خطی زیر را در نظر بگیرید:

$$Y = a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + E$$

$$E \sim N(0, \sigma^2)$$

یافته های یک نمونه تصادفی  $Y = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_4)$  با میانگین  $\mu = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)$  در جدول زیر آمده است فرض

دو خطی  $H_0: a_3 = a_1 - a_2$  را با میزان  $\alpha = 0.05$  آزمون کنید. (عدد جدول ۱۶۱)