



نکته سری سوال: یک (۱)

حضرت علی (ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تست: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار ریاضی ۱ - آمار ریاضی (برآوردهایی)

رشته تحصیلی / نکته درس: آمار - آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ریاضی (محض و کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

آمار ریاضی (برآوردهایی) ۱۱۱۷۱۵۷

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۱. فرض کنید  $X$  دارای توزیع یکنواخت روی بازه (۰، ۱) باشد. اگر  $Y = \ln \frac{X}{1-X}$  توزیع  $Y$  کدام است؟

$$\frac{e^y}{1+e^y}$$

ب- برنولی با پارامتر

الف- لجستیک استاندارد

د- نرمال استاندارد

ج- کوشی استاندارد

۲. اگر  $X, Y$  دو متغیر تصادفی مستقل از هم با تابع چگالی یکسان  $N(0, \sigma^2)$  باشند، آنگاه توزیع  $Z = (\frac{X}{Y})^2$  کدام است؟د-  $F(1,1)$ ج-  $t_{(2)}$ ب-  $t_{(1)}$ الف-  $F(2,2)$ ۳. فرض کنید  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  دنباله‌ای از متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع نمایی با پارامتر  $\lambda$  باشد. فرض کنید  $N$  متغیر تصادفی هندسی با پارامتر  $P$  و مستقل از متغیرهای  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  باشد. آنگاه توزیع  $Y = \sum_{i=1}^N X_i$  کدام است؟ب-  $E((1-p)\lambda)$ الف-  $\Gamma(N, \lambda)$ د-  $\Gamma(N, p\lambda)$ ج-  $E(p\lambda)$ ۴. فرض کنید  $X_1, X_2, X_3$  متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع نرمال استاندارد هستند وتوزیع  $Y_3$  برابر است با :د-  $N(0, \frac{1}{4})$ ج-  $N(0, \frac{1}{3})$ ب-  $N(0, \frac{1}{2})$ الف-  $N(0, 1)$ ۵. اگر  $X$  دارای تابع چگالی احتمال  $f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}$  باشد، توزیع  $Y = \frac{1}{X}$  کدام است؟

ب- (۰، ۱)

الف- (۱، ۰)

د- (۰، ۱)

ج- (۱، ۰)

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۶- متغیر تصادفی  $X$  با چگالی احتمال  $f(x) = 4x^3$  مفروض است . چگالی احتمال متغیر تصادفی

$$Y = X^k : 0 < x < 1 \text{ کدام است؟}$$

ب- نرمال استاندارد با میانگین ۱

الف- نمایی با میانگین ۲

د- گاما با پارامترهای دو ، دو

ج- یکنواخت با بازه (۰،۱)

۷. اگر  $X_1, X_2$  دارای متغیرهای تصادفی مستقل باشند که دارای توزیع دوجمله به ترتیب با پارامترهای  $(n_1, \theta), (n_2, \theta)$  می باشندحال توزیع  $Y = X_1 + X_2$  کدام می باشد؟ب- دو جمله با پارامتر  $(\theta, n_1 + n_2)$ الف- نمایی با پارامتر  $\theta$ د- دو جمله با پارامتر  $(2\theta, n_1 + n_2)$ ج- دو جمله با پارامتر  $(n_1 + n_2, 2\theta)$ ۸. اگر  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن باشند و قطی که  $n \rightarrow \infty$  به سمت چه توزیعی میل می کند؟

$$\left[ (w = \frac{Y - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}}) \right] , \quad Y = \sum_{i=1}^n X_i$$

$$P_o(n\lambda) \quad \text{د-} \quad B(Y, \frac{1}{2}) \quad \text{ج-}$$

ب- (۰،۱)  $U$ الف- (۰،۱)  $N$ ۹. فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  برای مقادیر  $x=1, 2, \dots$  دارای تابع چگالی  $f(x) = (\frac{1}{2})^x$  باشد، در این صورت تابع چگالی

$$Y = (-1)^X \text{ کدام است؟}$$

$$f_Y(+1) = \frac{1}{3}, f_Y(-1) = \frac{2}{3} \quad \text{ب-}$$

$$f_Y(y) = \frac{1}{2}, y = 0, 1 \quad \text{الف-}$$

$$f_Y(y) = (\frac{1}{2})^{\ln y}, y = 1, 2, 3, \dots \quad \text{ج-}$$

مجاز است.

استفاده از: ماشین حساب

۱۰. فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی مستقل و دارای تابع چگالی یکسان زیر باشد:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\theta}{2} & x = -1, 1 \\ 1-\theta & x = 0 \end{cases} \quad 0 < \theta < 1$$

آنگاه توزیع  $Y = \sum_{i=1}^n |X_i|$  کدام است؟

ب -  $Bin(1, \theta)$       الف -  $Bin(n, \frac{\theta}{2})$

د -  $Bin(n, \theta)$       ج -  $Bin(n, 1-\theta)$

۱۱. فرض  $X$  دارای تابع چگالی احتمال داده شده باشد:

$$f_X(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^x \quad x = 0, 1, 2, \dots$$

توزیع احتمال  $Y = \frac{X}{1+X}$  کدام است؟

ب -  $\frac{y}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^y \quad y = 0, 1, 2, 3, \dots$       الف -  $\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{y}{1-y}} \quad y = 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

د -  $\frac{1}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{y}{1-y}} \quad y = 0, 1, 2, 3, \dots$       ج -  $\frac{y}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^y \quad y = 0, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$

۱۲. تابع مولدگشتاور توأم  $Y, X$  به صورت زیر است؟

$$M_{X,Y}(t_1, t_2) = \frac{1}{1-t_2} e^{t_1^2}$$

توزیع کناری  $X$  کدام است؟

د -  $t(1)$       ج -  $x^2(1)$       ب -  $N(0, 2)$       الف -  $N(0, 1)$

زمان آزمون (دقیقه): تست: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار ریاضی ۱ - آمار ریاضی (برآوردیابی)

رشته تحصیلی/ گذ درس: آمار - آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ریاضی (محض و کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

آمار ریاضی (برآوردیابی) ۱۱۱۷۱۵۷

مجاز است.

استفاده از:

ماشین حساب

۱۳. اگر  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع نمایی با میانگین یک باشد آنگاه توزیع  $Z = \min(X_1, \dots, X_n)$  کدام است؟

ب- نمایی با میانگین  $\frac{1}{n}$

الف- نرمال

د- توزیع گاما با پارامترهای  $n$  و ۱

ج- نمایی با میانگین  $n$ ۱۴. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادف از توزیع یکنواخت  $U(0,1)$  باشد توزیع آماره ترتیبی این نمونه کدام است؟

د- گاما

ج- پواسن

ب- دوجمله

الف- بتا

۱۵. فرض کنید  $Y_1 < Y_2 < \dots < Y_5$  آماره های ترتیبی (مرتب- نمونه ای تصادفی به حجم ۵ از جامعه ای با چگالی  $f(x) = 2x$  باشند، چگالی میانه نمونه برابر است با:

ب-  $120x^3(1-2x^2); 0 < x < 1$

الف-  $60x^3(1-x^2); 0 < x < 1$

د-  $120x^5(1-x^2)^2; 0 < x < 1$

ج-  $60x^5(1-x^2)^2; 0 < x < 1$

۱۶. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $N(\theta, 1)$  باشد . آماره بسنده برای  $\theta$  کدام است ؟

$$\sum_{i=1}^n X_i^2$$

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})$$

$$\prod_{i=1}^n X_i$$

۱۷. فرض کنید  $X_1, X_2, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از چگالی  $f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2} I_{(0,\theta)}(x)$  باشد که در آن  $0 < \theta < \theta$  یک آماره بسنده برای $\theta$  کدام است ؟

$$\prod_{i=1}^n X_i$$

$$\max\{X_1, \dots, X_n\}$$

$$\sum_{i=1}^n X_i$$

$$\min\{X_1, \dots, X_n\}$$

کارشناسی- جبرانی ارشد  
نُد سری سوال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تست: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار ریاضی ۱ - آمار ریاضی (برآوردیابی)

رشته تحصیلی / نُد درس: آمار - آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ریاضی (محض و کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

آمار ریاضی (برآوردیابی) ۱۱۱۷۱۵۷

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۱۸. فرض کنید یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از توزیعی با تابع احتمال

$$f_{\theta}(x) = a(x) \frac{\theta^x}{g(\theta)}, x = 0, 1, 2, \dots, \theta > 0$$

باشد آماره بسنده مینیمال برای پارامتر  $\theta$  کدام است؟

الف -  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{X_i}$   
 ب -  $\sum_{i=1}^n X_i$   
 ج -  $\sum_{i=1}^n \ln X_i$

۱۹. اگر  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی از توزیع یکنواخت  $U(-\theta, \theta)$  باشد، آنگاه:

الف) آماره بسنده کامل است.

ب) آماره بسنده کامل است.

ج) آماره بسنده کامل است.

د) برای  $\theta$  آماره بسنده کامل وجود ندارد.۲۰. میانگین یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از توزیع نرمال استاندارد است. برای  $\mu^2$  کدام آماره UMVUE است؟

الف)  $\bar{X}^2$   
 ب)  $\bar{X}^2 + \frac{1}{n}$   
 ج)  $\bar{X}^2 - \frac{1}{n}$

### سوالات تشریحی

۱. اگر  $X$  دارای توزیع نرمال استاندارد باشد، چگالی  $|X|$  را بیابید. (۱ نمره)۲. فرض کنید متغیر تصادفی  $X$  دارای تابع چگالی زیر باشد. (۱/۵ نمره)

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{9}(x+1) & -1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{بهترین} \end{cases}$$

تابع چگالی  $X^2 = Y$  را بدست آورید.



نکته سری سوال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تست: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آمار ریاضی ۱ - آمار ریاضی (برآوردهایی)

رشته تحصیلی / نکته درس: آمار - آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - ریاضی (محض و کاربردی) ۱۱۱۷۰۲۲ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

آمار ریاضی (برآوردهایی) ۱۱۱۷۱۵۷

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۳. فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از توزیع  $N(\mu, \sigma^2)$  باشد که میانگین نامساوی کرامر - رائو برای واریانسبرآورد نارایی پارامتر  $P(X_1 > 2\mu)$  را بیابید. (۱/۵ نمره)۴. فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از توزیع  $Po(\theta)$  باشد  $\text{UMVUE}$  پارامتر  $\theta$  ،  $\theta > 0$  $\tau(\theta) = \theta^2$  را بیابید. (۱/۵ نمره)۵. فرض کنید  $i = 1, 2, \dots, k$  ،  $X_i$  یک نمونه تصادفی  $n$  تایی از توزیع نرمال با میانگین  $\mu_i$  و واریانس  $\sigma_i^2$  باشد که
$$\sum_{i=1}^k \left( \frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2$$
 دارای توزیع کی دو با  $k$  درجه آزادی است. (۱/۵ نمره)