



تعداد سوالات: تست: ۳۰ تشرییعی: --

زمان آزمون (دقیقه): تست: ۲۰ انتشاری: --

نام درس: نظریه گروه‌ها

رشته تحصیلی/ گذ دوس: فیزیک (تمام گرایشها) (۱۱۱۳۰۵۸)

مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۱. کدامیک از مجموعه‌های زیر ساختار گروهی یکسانی با \mathbb{Z} دارند؟الف. $\left\{1, e^{i\pi}, e^{4i\pi}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولیب. $\left\{1, e^{\frac{i\pi}{3}}, e^{i\pi}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولیج. $\left\{1, e^{\frac{2i\pi}{3}}, e^{4i\pi}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولید. $\left\{1, e^{4i\pi}, e^{4i\pi}\right\}$ تحت عمل ضرب معمولی

۲. کدام یک از مجموعه داده شده یک گروه آبلی تشکیل نمی‌دهند؟

الف. اعداد حقیقی تحت عمل جمع معمولی
ب. مجموعه اعداد مختلف با قدر مطلق واحد با عمل ضربج. اعداد حقیقی مثبت با عمل ضرب
د. اعداد حقیقی مثبت با عمل جمع معمولی۳. تعریف گروه متعامد خاص $(SO(n, R))$ با کدام یک از گزینه‌های زیر یکسان است؟ب. $\{A \in M(n, R) : \det(A) = 1\}$ الف. $\{A \in O(n, R) : \det(A) \neq 0\}$ د. $\{A \in GL(n, C) : \det(A) = 1\}$ ج. $\{A \in O(n, R) : \det(A) = 1\}$ ۴. فضای همراه $SU(2)/\mathbb{Z}_2$ با کدام یک از گروه‌های زیر یکریخت است؟الف. $SO(3, R)$ ب. $SO(2, R)$ ج. $SL(2, R)$ الف. $SL(2, C)$ ۵. از گزینه‌های زیر کدامیک می‌تواند زیر گروه نرمال $(SU(2))$ باشد؟الف. $SO(2, R)$ ب. \mathbb{Z}_2 ج. \mathbb{Z}_3 الف. $U(1)$ ۶. اگر فضای هیلبرت جداپذیری با مجموعه پایه‌های متعامد ویکه $\{e^1, e^2, \dots, e^N\}$ باشد، آنگاه داریم: N عددی صحیح مثبت و برداری متعلق به H است).

$$\prod_{i=1}^N | \langle e^i, v \rangle |^2 \leq \|v\|^2$$

$$\sum_{i=1}^N | \langle e^i, v \rangle |^2 \leq \|v\|^2$$

$$\prod_{i=1}^N | \langle e^i, v \rangle |^2 \geq \|v\|^2$$

$$\sum_{i=1}^N | \langle e^i, v \rangle |^2 \geq \|v\|^2$$



مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۱۵. اگر $\mu: G_1 \rightarrow G_2$ یک همیختی باشد، آنگاه داریم:

- الف. $\ker \mu$ زیر گروهی از G_1 است.
- ب. $\ker \mu$ زیر گروهی از G_2 است.
- ج. $\text{Im } \mu$ زیر گروهی از G_1 است.
- د. $\text{Im } \mu$ زیر گروهی از G_2 است.
۱۶. مجموعه تمام ماتریس‌های بالا مثلثی بصورت $\begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix}$ همراه با قید $ab = 0$ و $a, b, c \in \mathbb{C}$ را مشخص کند.

الف. یک زیر گروه از گروه $GL(2, \mathbb{R})$ هستند.ب. یک گروه از گروه $U(2)$ هستند.ج. یک گروه از گروه $SU(2)$ هستند.د. یک زیر گروه از گروه $GL(2, \mathbb{C})$ هستند.۱۷. اگر $\dim(V) = n < \infty$ آنگاه می‌توان نشان داد که:الف. بعد حقیقی V_R برابر $\frac{n}{2}$ است.ب. بعد موهومی آن برابر $\frac{n}{2}$ است.ج. نمی‌توان بعد حقیقی V را مشخص کرد.د. بعد حقیقی و موهومی V هر دو برابر $\frac{n}{2}$ هستند.۱۸. عملگر Q که رابطه $(Qf)(x) = xf'(x)$ را روی \mathbb{R} تعریف می‌کند.

الف. یک عملگر خطی و کراندار است

ب. یک عملگر غیر خطی و کراندار است

ج. یک عملگر غیر کراندار است

۱۹. رد عملگر خطی A روی فضای هیلبرت H ، با بعد معین، با کدام رابطه زیر داده می‌شود.

$$TrA = \sum_{i=1}^n \langle e^i, Ae^j \rangle \quad \text{ب.} \quad TrA = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \langle e^i, Ae^i \rangle \quad \text{الف.}$$

$$TrA = \sum_{i=1}^n \langle e^i, Ae^i \rangle \quad \text{د.} \quad TrA = \sum_{i=1}^n \langle Ae^i, e^i \rangle \quad \text{ج.}$$

** تذکر ($\{e^1, e^2, \dots, e^n\}$ پایه‌های یکه متعامد برای فضای هیلبرت H هستند)



مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۲۰. کدام یک از رابطه‌های زیر در مورد ردیک عملگر درست می‌باشد؟

الف. رد یک عملگر خطی A به انتخاب پایه‌های خاص وابسته استب. رد یک عملگر خطی A مستقل از انتخاب پایه است.ج. $Tr(AB) \neq Tr(BA)$ د. $Tr(aA) \neq aTr(A)$ ** تذکر (B, A) عملگرهای خطی دلخواه و a یک عدد حقیقی دلخواه است.)۲۱. اگر U نماینده یک عملگر یکانی باشد، آنگاه:

الف. ویژه بردارهای متناظر با ویژه مقادیر متفاوت بر همدیگر عمودند.

ب. ویژه بردارهای متناظر با ویژه مقادیر یکسان بر همدیگر عمودند.

ج. ویژه مقادیر U تبعگن هستند.د. مقادیر ویژه U صفر و واحد هستند.۲۲. بعد گروه $SU(n)$ کدام است؟

$$\frac{n(n-1)}{2}$$

ج. $n^2 - 1$ ب. n^2 الف. $n^2 + 1$

د.

۲۳. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

الف. هر زیر گروهی از گروه آبلی اعداد صحیح \mathbb{Z} ، یک زیر گروه نرمال است.ب. به ازای هر زیر گروه H از گروه آبلی اعداد صحیح \mathbb{Z} ، فضای همراههای G/H نیز یک گروه آبلی است.ج. مجموعه اعداد مختلط با قدر مطلق واحد $(1) U$ تحت عمل ضرب معمولی اعداد مختلط، یک گروه آبلی بی‌پایان پیوسته تشکیل می‌دهد.د. اگر G یک گروه نامتناهی از مرتب N باشد، آنگاه مطابق قضیه کیلی G با یک زیر گروه از گروه متقارن S_N پیکریخت است.

۲۴. کدام یک از گزینه‌های زیر ساختار یک گروه بی‌پایان پیوسته را دارد؟

د. کره سه بعدی

ب. کره n بعدی

ج. کره چهار بعدی

الف. کره دو بعدی

۲۵. کدام یک از گروه‌های زیر یک گروه لی $GL(n, \mathbb{R})$ n^2 بعدی است؟د. $GL(n, \mathbb{C})$ ج. $SL(n, \mathbb{R})$ ب. $GL(n, \mathbb{C})$ الف. $GL(n, \mathbb{R})$ ۲۶. ساختار توپولوژیکی (\mathbb{R}^2, SO) کدام است؟

د. صفحه

ج. چنبره-۲

ب. کره بعدی

الف. دایره

مجاز است.

ماشین حساب ساده

استفاده از:

۲۷. گروه تبدیلات موبیوس صفحه مختلط \mathbb{C} جزو کدام دسته از گزینه‌های زیر است؟

- الف. گروه آبلی
ب. گروه لی n^3 بعدی
ج. گروه لی n^2 بعدی

۲۸. گروه (1) U با کدام یک از گروه‌های زیر یکریخت است؟

- الف. $SO(2, \mathbb{R})$ د. $GL(n, \mathbb{R})$ ج. $O(n, \mathbb{R})$ س. $SO(n, \mathbb{R})$

۲۹. کدام یک گروه‌های زیر یک گروه نرمال از گروه لی (2) SU است؟

- الف. $SL(2, \mathbb{C})$ د. $GL(2, \mathbb{R})$ ج. \mathbb{Z}_2 ب. $SO(2, \mathbb{R})$

۳۰. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح نیست؟

- الف. هر فضای برداری مختلط n بعدی $(n < \infty)$ با فضای برداری \mathbb{C}^n یکریخت است.
ب. هر فضای برداری با بعد متناهی یک پایه متعامد یکه دارد.
ج. هر فضای هیلبرت با بعد متناهی جداپذیر است.
د. هر عملگر خطی روی یک فضای برداری با بعد نامتناهی کراندار است.