

مجاز است.

استفاده از:

۱. کدام یک از معادلات زیر خطی می باشند؟

ب- $u^4 + u' + t = 0$

الف- $u^{(4)} + u' + e^t = 0$

د- $u' + e^u = t$

ج- $u'u + t = 0$

۲. اگر $\frac{\partial g}{\partial u}$ روی ناحیه D پیوسته باشد، آنگاه عدد ثابتی چون K وجود دارد، بطوریکه برای $(t, u_1), (t, u_2) \in D$ و $(t, u_1) \neq (t, u_2)$ رابطه زیر برقرار است:

الف- $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| \geq K|u_1 - u_2|$

ب- $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| \leq |u_1 - u_2|^K$

ج- $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| > \frac{|u_1 - u_2|}{K}$

د- $|g(t, u_1) - g(t, u_2)| \leq K|u_1 - u_2|$

۳. اگر F خانواده یکسان پیوسته از توابع کراندار باشد که در هر نقطه بازه ای چون I یکسان پیوسته است، در اینصورت هر دنباله $\{f_n\}$ در F زیر دنباله ای دارد که روی هر زیر بازه فشرده‌ی از I ----- است-

ب- نقطه ای کراندار است-

الف- نقطه ای همگراست

د- یکنواخت همگراست-

ج- یکنواخت کراندار است-

۴. فرض کنید $1 < c < 0$ ، u و v توابع نامتفاوت پیوسته روی $[t_0, t_0 + a]$ باشند که در نامساوی $u(t) \leq c + \int_{t_0}^t u(s)v(s)ds$ صدق میکنند، آنگاه:

ب- $u(t) \leq ce^{\int_{t_0}^t v(s)dt}$

الف- $u(t) \leq c \int_{t_0}^t v(s)ds$

د- $u(t) \leq c + e^{\int_{t_0}^t v(s)dt}$

ج- $u(t) \leq c + \int_{t_0}^t v(s)ds$

مجاز است.

استفاده از:

۵. نام این قضیه چیست؟ "اگر S یک زیرمجموعه بسته یک فضای باناخ B و T نگاشت انقباضی از S در S باشد،آنگاه T یک نقطه ثابت دارد."

ب- قضیه نقطه ثابت تیخونوف

الف- قضیه نقطه ثابت

د- هیچ‌کدام

ج- اصل نگاشت انقباضی

۶. کدام یک از توابع زیر وابسته خطی می‌باشند؟

ب- e^t, e^{t^2} الف- e^{-3t}, e^{7t} د- $5 \sin t, \sin t$ ج- e^{2t-3}, e^{2t+5}

۷. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

الف- مقادیر ویژه یک ماتریس ریشه‌های چند جمله‌ای مشخصه آن می‌باشند.

ب- ماتریسهای متشابه، چند جمله‌ای مشخصه یکسان دارند.

ج- موارد الف و ب.

د- هیچ‌کدام.

۸. اگر φ یک ماتریس اصلی دستگاه $\chi' = A(t)\chi$ باشد، آنگاه Ψ یک ماتریس اصلی دستگاه $\chi' = A(t)\chi$ است.اگر و تنها اگر $\varphi^T \Psi$ یک ماتریس ----- است.

د- همانی

ب- نامنفرد و ثابتی

ج- صفر

الف- ثابتی

۹. یک شرط لازم و کافی برای اینکه $(t), y_1(t), \dots, y_n(t)$ یک دستگاه از جواب اصلی $y^{(n)} + a_1(t)y^{(n-1)} + \dots + a_n(t)y = 0$ باشد این است که:د- $W(t) \neq 1$ ج- $W(t) \neq 0$ ب- $W(t) = 1$ الف- $W(t) = 0$

مجاز است.

استفاده از:

۱۰. یک شرط لازم و کافی برای اینکه قسمتهای حقیقی تمام ریشه‌های چند جمله‌ای با ضریب حقیقی

:
$$l(\lambda) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3$$
الف- $a_1, a_2, a_3 < 0$ ب- $a_1a_2 - a_3 > 0$ و $a_1, a_2, a_3 > 0$ ج- $a_1, a_2, a_3 > 0$ د- $a_1a_2 - a_3 > 0$ و $a_1, a_2, a_3 < 0$ ۱۱. هرگاه قسمتهای حقیقی تمام ویژه - مقادیر ماتریس A منفی باشد، آنگاه ماتریس A را چه می‌نامیم؟

د- پایدار

ج- نقطه زینی

ب- مجانباً پایدار

الف- ناپایدار

۱۲. نقطه بحرانی $(0,0)$ دستگاه $\begin{cases} x'_1 = 2x_1 + 4x_2 \\ x'_2 = 3x_1 + x_2 \end{cases}$ چه نوع است؟

د- ناپایدار

ج- نقطه زینی

ب- مجانباً پایدار

الف- پایدار

۱۳. تمام جوابهای معادله $0 = u'' + (1 + b(t) + c(t))u$ روی $[0, +\infty)$ کراندارند هرگاه:ب- $\int_0^{+\infty} |c'(t)| dt < \infty$ الف- $\int_0^{+\infty} |b(t)| dt < \infty$

د- هر سه مورد

 $\lim_{t \rightarrow \infty} c(t) = 0$ ۱۴. جوابهای نابدیهی معادله $0 = u'' + \varphi(t)u$ نوسانی هستند، هرگاه:ب- برای هر $t: \varphi(t) \leq 0$ الف- برای هر $t: \varphi(t) \geq m^2$ د- برای هر $t: \varphi(t)$ پیوسته باشدج- برای هر $t: \varphi(t) \geq 0$ ۱۵. تابع $V(\chi_1, \chi_2, \chi_3) = \chi_1^2 + \chi_3^2$ در R^3 چه نوع است؟

د- نیمه معین منفی

ب- نیمه معین منفی

الف- معین مثبت

زمان آزمون (دقیقه): تست: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سوالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه معادلات و دیفرانسیل

رشته تحصیلی/ گذ درس: ریاضی کاربردی محض(۱۱۱۰۵۱) ریاضی کاربردها(۱۱۱۱۴۳۳)

مجاز است.

استفاده از:

$$V(t, x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2^2) \sin^2 t \quad ۱۶.$$

ب- نیمه معین مثبت است.

الف- معین مثبت است.

د- کاهنده نیست.

ج- نیمه معین مثبت و کاهنده است.

$$u'' + (1 + b(t))u = 0 \quad \text{برای } x(t) \text{ روی } [0, +\infty) \text{ کراندارند؟} \quad ۱۷.$$

$$\int_0^{+\infty} |b(t)| dt < \infty \quad \text{ب-}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} b(t) = 0 \quad \text{الف-}$$

د- $b(t)$ کراندار باشد.ج- $b(t)$ تابع پیوسته باشد.۱۸. اگر به ازای هر $\epsilon > 0$ عددی $\delta = \delta(\epsilon) > 0$ وجود داشته باشد که به ازای هر جواب $\tilde{x}(t)$ از \tilde{x}

$$\| \tilde{x}(t_1) - x(t_1) \| < \epsilon \quad t \geq t_0 \quad \text{نتیجه شود} \quad \text{ج-} \quad \tilde{x}' = F(t, x)$$

آنگاه $x(t)$ چه نوع جوابی از $x' = F(t, x)$ است؟

الف- یکنواخت پایدار

ب- مجانباً پایدار

ج- قویاً پایدار

د- ناپایدار

۱۹. تمام جوابهای دستگاه $x' = A(t)x$ که در آن $A(t)$ ماتریسی $n \times n$ و پیوسته بر $[0, \infty]$ و x یک n -بردار

است پایداراند، اگر و تنها اگر:

ب- قوی پایدار باشند.

الف- مجانباً پایدار باشند.

د- یکنواخت پایدار باشند.

ج- کراندار باشند.

۲۰. کدام یک از گزاره های زیر در مورد نرم برقرار است؟

الف- برای هر $x \neq 0$ $\|x\| \geq 0$ و $0 \leq \|x\| \leq 0$ اگر و تنها اگر

$$\|\lambda x\| = |\lambda| \|x\|, \quad \lambda \text{ عدد حقیقی} \quad \text{ب-}$$

$$\|x + y\| \leq \|x\| + \|y\|, \quad x, y \in R^n \quad \text{ج-}$$

د- هر سه مورد

مجاز است.

استفاده از:

سؤالات تشریحی:

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. ثابت کنید اگر $v(t)$ و $w(t)$ به ترتیب توابع پایین و بالای مساله با مقدار اولیه $v(t_0) = u_0$ ، $w(t_0) = u_0$ آنکاه $v(t_0) = w(t_0) = u_0$ روی J_1 باشند و اگر $v(t)$ جوابی از این مساله باشد که $v(t_0) = u_0 = w(t_0)$ آنکاه $v(t_0 + a) = w(t_0 + a)$ روی J_1 باشند.

۲. ثابت کنید $\chi' = A(t)\chi$ و C یک ماتریس ثابت نامنفرد باشد، آنکاه φC نیز یک ماتریس اصلی $\chi' = A(t)\chi$ است،
به علاوه هر ماتریس اصلی $\chi' = A(t)\chi$ به صورت φC است که در آن C ماتریسی است ثابت و عادی

۳. ثابت کنید اگر قسمتهای حقیقی تمام ویژه مقادیر A منفی باشد، آنکاه به ازای هر جواب $\chi(t)$ از $\chi' = A\chi$

$\lim_{t \rightarrow +\infty} \|\chi(t)\| = 0$ داریم:

۴. معادله دیفرانسیل مرتبه سوم $y''/-3y'+2y=9e^t, t>0$ را حل کنید.

۵. پایداری جواب صفر دستگاه $\begin{cases} \chi'_1 = -\chi_1 - \chi_2 - \chi_1^3 \\ \chi'_2 = \chi_1 - \chi_2 - \chi_2^3 \end{cases}$ را معین کنید.