

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۱- فرض کنید $P_1, P_2, \dots, P_5 \in P_{\mathbb{R}}^2$ نقاط متمایزی باشند که هیچ چهار تایی آنها همخط نیستند. کدام گزینه درست است؟

۱. حداقل یک مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, P_2, \dots, P_5 می گذرد.

۲. حداکثر یک مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, P_2, \dots, P_5 می گذرد.

۳. حداکثر دو مقطع مخروطی وجود دارد که از نقاط P_1, P_2, \dots, P_5 می گذرند.

۴. هیچ مقطع مخروطی وجود ندارد که از نقاط P_1, P_2, \dots, P_5 بگذرند.

۲- فرض کنید k یک هیات نامتناهی و $P_1, \dots, P_8 \in P_k^2$ نقاط متمایزی باشند که هیچ چهار نقطه از آنها همخط نیستند و هیچ هفت نقطه از آنها بر یک مقطع مخروطی نا تباهیده قرار ندارند. در این صورت:

$$\dim S_3(P_1, \dots, P_8) = 1 \quad ۱. \quad \dim S_3(P_1, \dots, P_8) = 3 \quad ۲.$$

$$\dim S_3(P_1, \dots, P_8) = 2 \quad ۳. \quad \dim S_3(P_1, \dots, P_8) \geq 3 \quad ۴.$$

۳- فرض کنید $C: Y^2Z = X^3 + 2XZ^2 + Z^3$ یک خم درجه سوم در $P_{\mathbb{R}}^2$ باشد. در این صورت شکل آفین آن کدام است؟

$$y^2 = x^3 + 2x + 1 \quad ۱. \quad y^2 = x^3 + 2x \quad ۲. \quad y^2 = x^3 + 2x - 1 \quad ۳. \quad y^2 = x^3 - 2x + 1 \quad ۴.$$

۴- فرض کنید $C: Y^2Z = X^3 + aXZ^2 + bZ^3$ یک خم درجه سوم باشد. در این صورت قانون یکتای گروهی روی C وجود دارد که عضو بی اثر آن عبارت است از:

$$O = (0:0:0) \quad ۱. \quad O = (0:1:0) \quad ۲. \quad O = (1:1:0) \quad ۳. \quad O = (1:1:1) \quad ۴.$$

۵- فرض کنید k هیاتی دلخواه و $A = k[X_1, \dots, X_n]$ هر گاه V تناظری از مجموعه ایده آلهای J در A به مجموعه Y زیر مجموعه های X در A_k^n بصورت زیر باشد: $J \mapsto V(J) = \{P \in A_k^n : f(P) = 0, \forall f \in J\}$. کدام گزینه نادرست است:

$$V(0) = A_k^n \quad ۱. \quad V(A) = \Phi \quad ۲.$$

$$V(J) \subset V(I) \quad \text{اگر } I \subset J \text{ آنگاه} \quad ۳. \quad V(I_1 \cap I_2) = V(I_1) \cap V(I_2) \quad ۴.$$

۶- فرض کنید I یک ایده آل حلقه A باشد. ایده آل I را رادیکال گویند هرگاه:

$$\sqrt{I} = I \quad ۱. \quad I^2 = I \quad ۲. \quad I^2 = \{0\} \quad ۳. \quad I^2 \neq I \quad ۴.$$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۷- فرض کنید J ایده آلی در A باشد کدام گزینه درست است؟

$$I(V(J)) \subset J \quad .1 \quad V(J) = \phi \quad .2 \quad I(V(J)) = \text{rad}J \quad .3 \quad I(V(J)) = I(V) \quad .4$$

۸- فرض کنید A یک هیات و $B \subset A$ یک زیر حلقه A و بعلاوه A یک B -جبر متناهی باشد. در این صورت:

۱. B یک ایده آل ماکسیمال است.
 ۲. B یک رادیکال است.
 ۳. B یک هیات است.
 ۴. B یک ایده آل اول است.

۹- فرض کنید k یک هیات نامتناهی و $\varphi: A_k^1 \rightarrow C: (Y^2 = X^3) \subseteq A_k^2$ یک نگاشت چند جمله ای با ضابطه

$$T \mapsto (T^2, T^3)$$

باشد. کدام گزینه نادرست است:

۱. φ یک یکرختی است.
 ۲. φ دو سویی است.
 ۳. $k[T^2, T^3] \subset k[T]$
 ۴. نگاره φ^* یک $-k$ جبر تولید شده توسط T^2 و T^3 است.

۱۰- کدام گزینه درست است؟

۱. ترکیب دو نگاشت گویا، گویاست.
 ۲. هر نگاشت گویا یک نگاشت غالب است.
 ۳. هر نگاشت غالب گویاست.
 ۴. هر نگاشت غالب یک بیک است.

۱۱- فرض کنید $C: (Y^2 = X^3) \subseteq A^2$. در این صورت کدام گزینه درست است؟

۱. پارامتر سازی $C: (Y^2 = X^3) \subseteq A^2$ توسط (T^2, T^3) یک نگاشت چند جمله ای است.
 ۲. f وارون گویای $g: C \rightarrow A^1$ دارد که توسط $(X, Y) \mapsto Y/X$ تعریف می شود.
 ۳. $\text{dom}g \neq C \setminus \{0,0\}$
 ۴. f و g یکرختیهای وارون همدیگر برای برقراری $A \setminus \{0\} \cong C \setminus \{0,0\}$ است.

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱۱۳

۱۲- فرض کنید $W \subset A_k^m$ و $V \subset A_k^n$ دو مجموعه جبری باشند. کدام گزینه نادرست است:

۱. $V \times W$ یک مجموعه جبری است.

۲. $V \times W \subset A_k^{n+m}$

۳. V و W تحویل پذیر باشند آنگاه $V \times W$ تحویل پذیر است.

۴. توپولوژی زاریسکی روی $V \times W$ با توپولوژی حاصل ضرب یکی است.

۱۳- فرض کنید k یک هیأت جبری -بسته باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. اگر $V(J) = \emptyset$ آنگاه $rad J \supset (X_0, \dots, X_n)$ اگر $V(J) = \emptyset$ آنگاه $rad J \supset (X_0, \dots, X_n)$

۲. اگر $V(J) \neq \emptyset$ آنگاه $I(V(J)) \neq rad J$ اگر $V(J) \neq \emptyset$ آنگاه $I(V(J)) \neq rad J$

۱۴- فرض کنید $f \in k[X_1, \dots, X_n]$ یک چند جمله ای تحویل ناپذیر باشد که $f \notin k$ و $V = V(f) \subset A^n$. هر گاه $P \in V$ یک نقطه نا تکین V باشد آنگاه:

۱. بازای مقداری از i داریم $\partial f / \partial X_i(P) \neq 0$ بازای هر i داریم $\partial f / \partial X_i(P) \neq 0$

۲. برای هر i داریم $\partial f / \partial X_i(P) = 0$ $T_P V$ یک زیر فضای $-n$ بعدی A^n است.

۱۵- فرض کنید $V = V(f) \subset A^n$ یک ابر رویه باشد که توسط چند جمله ای نا ثابت f تعریف شده است. در این صورت:

۱. $\dim V = n - 1$ ۲. $\dim V = n$ ۳. $\dim V = n + 1$ ۴. $\dim V = 1$

۱۶- فرض کنید V یک چند گونای دلخواه باشد. در این صورت:

۱. $\dim V > tr \deg_k k(V)$ ۲. $\dim V < tr \deg_k k(V)$

۳. $\dim V = tr \deg_k k(V)$ ۴. $\dim V - n = tr \deg_k k(V)$

۱۷- فرض کنید $a, b, c \in \mathbb{Q}$ در تساوی $2a^2 + b^2 = 5c^2$ صدق کنند. در این صورت:

۱. $(a, b, c) = (0, 0, 0)$ ۲. همواره $(a, b, c) \neq (0, 0, 0)$

۳. $abc = 0$ ۴. حداً قل یکی از مقادیر a, b, c مخالف صفر است.

۱۸- فرض کنید $L: (aX + bY = 0)$ خطی در \mathbb{P}^2 باشد. در این صورت L از چه نقطه ای عبور می کند:

۱. (X, Y) ۲. $(X, Y, 1)$ ۳. $(X, Y, 0)$ ۴. (X, Y, ∞)



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: هندسه جبری مقدماتی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۱

۱۹- فرض کنید P_1, P_2, \dots, P_4 چهار نقطه در P_k^2 باشند که هیچ سه نقطه از آنها همخط نیستند. در این صورت دسته مقطع

مخروطی $C_{(\lambda, \mu)}$ که از نقاط P_1, P_2, \dots, P_4 میگذرند چند عضو تباهیده دارد؟

۱. یک عضو ۲. دو عضو ۳. سه عضو ۴. چهار عضو

۲۰- کدام یک از خم های زیر نمایش پارامتری ندارد؟

۱. $C: (y^2 = x^3 + x^2) \subseteq \mathbb{R}^2$ ۲. $C: (y^2 = x^3) \subseteq \mathbb{R}^2$

۳. $C: (y^2 + x^2 = 1) \subseteq \mathbb{R}^2$ ۴. $C: (y^2 = x(x-1)(x-\lambda)) \subseteq \mathbb{R}^2$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید k یک هیأت جبری - بسته و $p, q \in k[t]$ نسبت بهم اول باشند. هر گاه چهار ترکیب خطی متمایز p و q در $k[t]$ مربع کامل باشند آنگاه $p, q \in k$.

۲- مثالی از یک خم $C \subset A_k^3$ بزنید که در آن $I(C)$ به سه تا مولد نیاز داشته باشد.

۳- فرض کنید V یک چند گونای آفین باشد. ثابت کنید V_f با یک چند گونای آفین یکرخت است و $k[V_f] = k[V][f^{-1}]$.

۴- فرض کنید $V \subset P^n$ یک مجموعه جبری تحویل ناپذیر باشد و برای هر i داشته باشیم: $V \not\subset (X_i = 0)$. قطعه آفین استانده V را تعریف کنید.

۵- ثابت کنید تابع $V \rightarrow \mathbb{A}^1$ که توسط $p \mapsto \dim T_p V$ تعریف می شود یک تابع نیمپیوسته نسبت به توپولوژی زاریسکی V است.