



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- اگر  $V$  فضای متناهی البعد و  $w_1, w_2$  زیر فضاهایی از  $V$  باشند کدامیک از روابط زیر درست است؟

$$1. \dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cap w_2)$$

$$2. \dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2$$

$$3. \dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 + \dim(w_1 \cap w_2)$$

$$4. \dim(w_1 + w_2) = \dim w_1 + \dim w_2 - \dim(w_1 \cup w_2)$$

۲- به ازای چه مقادیری از  $\theta$  ماتریس زیر متعامد است.

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$1. \theta = \frac{\pi}{2}$$

$$1. \theta = 0$$

$$2. \theta = \pi$$

$$3. \theta = \pi$$

$$4. \theta = \frac{\pi}{4}$$

۳- به ازای کدامیک از مقادیر زیر ماتریس  $\begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  یک ماتریس یکانی است؟

$$1. a = i$$

$$2. a = -i$$

$$3. \text{موارد ۱ و ۲}$$

$$4. \text{هیچ کدام}$$

۴- فرض کنید  $V$  فضای برداری با بعد  $n$  باشد. کدامیک از گزاره‌های زیر درست است؟

۱. هر زیر مجموعه از  $V$  با بیش از  $n$  عضو وابسته خطی است.

۲. هیچ زیر مجموعه‌ای از  $V$  با کمتر از  $n$  عضو نمی تواند  $V$  را تولید کند.

۳. هرگاه  $W$  زیر فضایی از  $V$  باشد آنگاه  $\dim w \leq \dim v$

۴. همه موارد



سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۵- ماتریس  $A$  قطر غالب است اگر:

$$a_{ii} \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} \quad \forall i \quad .2$$

$$a_{ii} \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} \quad \forall i \quad .1$$

$$|a_{ii}| \geq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \quad \forall i \quad .4$$

$$|a_{ii}| \leq \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n |a_{ij}| \quad \forall i \quad .3$$

۶- در عملیات حذفی گاوس برای صفر کردن عناصر ستونی از عمل سطری مقدماتی

$$R_j + \lambda R_i \rightarrow R_j, j = i + 1, \dots, n$$
 استفاده می شود.  $\lambda$  کدام است؟

$$-a_{ij} \quad .4$$

$$\frac{a_{ij}}{a_{jj}} \quad .3$$

$$-\frac{a_{ij}}{a_{ii}} \quad .2$$

$$a_{ij} \quad .1$$

۷- اگر  $A_{n \times n}$  معین مثبت باشد کدام گزینه نادرست است؟

$$a_{ii} > 0, i = 1, 2, \dots, n \quad .2$$

۱.  $A$  متقارن است.

$$\max_{1 \leq i \leq n} |a_{ii}| \geq \max_{1 \leq i \leq n} |a_{ij}| \quad .4$$

$$\forall x \in R^n \quad x^t A x > 0 \quad .3$$

۸- اگر  $x = (3, 1, -2)$ ,  $y = (4, 3, -3)$  آنگاه  $\|x - y\|_1$  کدام است؟

$$5 \quad .4$$

$$4 \quad .3$$

$$3 \quad .2$$

$$2 \quad .1$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 5 \end{bmatrix} \quad .9$$

عدد شرطی ماتریس (با نرم بی نهایت) کدام است؟

$$8 \quad .4$$

$$\frac{6}{8} \quad .3$$

$$\frac{2}{8} \quad .2$$

$$6 \quad .1$$

۱۰- در روش تکراری گاوس-سایدل ماتریس تکرار  $B_g$  کدام است؟

$$-D^{-1}(L+U) \quad .4$$

$$D^{-1}L \quad .3$$

$$L+U \quad .2$$

$$-(D+L)^{-1}U \quad .1$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

۱۱-  $A = (a_{ij}) \quad i, j = 1, \dots, n$  یک ماتریس سه قطری است اگر:

$$a_{ij} = 0, i > j + 1 \quad .2$$

$$a_{ij} = 0, |i - j| > 1 \quad .1$$

$$a_{ij} \neq 0, |i - j| < 1 \quad .4$$

$$a_{ij} = 0, i < j + 1 \quad .3$$

۱۲- اگر مقادیر ویژه ماتریس  $A$ ،  $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ ،  $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ ،  $\frac{1}{3}$ ،  $-1$  باشند آنگاه  $p(A)$  برابر است با:

$$\frac{1}{3} \quad .4$$

$$\frac{1}{2} \quad .3$$

$$4 \quad .2$$

$$1 \quad .1$$

۱۳- اگر مقادیر ویژه ماتریس  $A_{4 \times 4}$   $1+i\sqrt{2}$ ،  $1-i\sqrt{2}$ ،  $1$ ،  $-1$  باشند آنگاه دترمینان  $A$  برابر است با:

$$-3 \quad .4$$

$$4 \quad .3$$

$$-1 \quad .2$$

$$2 \quad .1$$

۱۴- در اولین مرحله از روش هاوس هلدر برای سه قطری کردن ماتریس زیر مقدار  $S$  برابر است با:

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$9 \quad .4$$

$$3 \quad .3$$

$$5 \quad .2$$

$$1 \quad .1$$

۱۵- اگر  $n=3$  آنگاه تعداد کل عملیات لازم برای حذفی گاوس به ترتیب برای ضرب (تقسیم) و جمع (تفریق) کدام است؟

$$10 \text{ ضرب و } 18 \text{ جمع} \quad .4$$

$$11 \text{ ضرب و } 17 \text{ جمع} \quad .3$$

$$18 \text{ ضرب و } 10 \text{ جمع} \quad .2$$

$$17 \text{ ضرب و } 11 \text{ جمع} \quad .1$$

۱۶- کدامیک از تعاریف زیر، یک نرم ماتریس تعریف نمی کند؟

$$\max_{1 \leq i, j \leq n} |a_{ij}| \quad .4$$

$$\left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad .3$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad .2$$

$$\max_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}| \quad .1$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۳۳۲

-۱۷

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

کدامیک از روابط زیر برای شعاع طیفی ماتریس برقرار است؟

$$1 \leq \rho(A) \leq 3 \quad 1 \leq \rho(A) \leq 6 \quad 2 \leq \rho(A) \leq 6 \quad 1 \leq \rho(A) \leq 11$$

-۱۸ کدامیک از گزاره های زیر برای نرم دلخواه یک بردار در  $R^n$  لزوماً برقرار نیست؟

$$\forall x, y \in R^n, \|x + y\| \leq \|x\| + \|y\| \quad \forall x \in R^n, \|x\| \geq 0$$

$$\forall x, y \in R^n, \|xy\| = \|x\| \cdot \|y\| \quad \forall x \in R^n, \forall \alpha \in R, \|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|$$

-۱۹ اگر  $A$  یک ماتریس معین مثبت باشد برای چه مقادیری از  $\omega$  روش SOR برای هر انتخاب بردار اولیه  $X^{(0)}$  همگراست؟

$$\omega \leq 2 \quad 0 < \omega < 2 \quad |\omega| = 1 \quad \omega \geq 1$$

-۲۰ از اینکه روش حذفی گاوس را بتوان روی دستگاه خطی  $AX=b$  به ازای هر بردار ستونی  $n$  بعدی انجام داد می توان نتیجه گرفت:

$$1. \text{ ماتریس منفرد و معکوس آن موجود است.} \quad 2. \det A = 0$$

$$3. \text{ ماتریس } A \text{ نامنفرد است.} \quad 4. \text{ دستگاه } AX=b \text{ به ازای } b \text{ های خاص جواب دارد.}$$

## سوالات تشریحی

۱.۴ نمره

-۱ تبدیل خطی  $T: R^3 \rightarrow R^3$  با  $T(x - 2y + 3z, y, 2z)$  را در نظر بگیرید. وارون  $T$  را بدست آورید.

۱.۴ نمره

-۲ فرض کنید  $W$  فضای جواب دستگاه همگن زیر باشد. یک پایه برای  $W$  بیابید.

$$2x + 2y - z + w = 0$$

$$-x - y + 2z - 3u + w = 0$$

$$x + y - 2z - w = 0$$

$$z + u + w = 0$$

۱.۴ نمره

-۳ فرض کنید  $V$  فضای برداری با ضرب داخلی باشد. نرم ناشی از ضرب داخلی روی  $V$  را در نظر بگیرید. نشان دهیدکه به ازای بردارهای  $\beta, \alpha$  در  $V$  و هر اسکالر  $c$  خواص زیر برقرارند.

$$|\langle \alpha | \beta \rangle| \leq \|\alpha\| \|\beta\| \quad \text{الف.}$$

$$\|\alpha + \beta\| \leq \|\alpha\| + \|\beta\| \quad \text{ب.}$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

درس: جبر خطی عددی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها، علوم کامپیوتر ۱۱۱۱۳۳۲

۴- دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید.

$$5x_1 + 2x_2 = 29$$

$$2x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 33$$

$$2x_2 + x_3 = 10$$

مقدار بهینه  $\omega$  را در روش SOR بدست آورید.

۱.۴ نمره

۵- بزرگترین مقدار ویژه ماتریس زیر از نظر قدر مطلق را به روش توانی بدست آورید.

(سه تکرار کافی است)

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 5 & 9 \\ 3 & 7 & 1 \\ 8 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

۱.۴ نمره