

مجاز است.

استفاده از:

۱- گزاره $q \rightarrow p$ معادل کدامیک از گزاره‌های زیر است؟

$p \wedge \sim q$

$\sim q \rightarrow \sim p$

$\sim p \vee q$

$p \vee q$

ب.

الف.

۲- قاعده رفع مولفه کدام است؟

$(p \vee q) \wedge \sim p \Rightarrow q$

$p \wedge q \Rightarrow p$

$p \Rightarrow p \vee q$

$p \vee p \Rightarrow p$

ب.

الف.

۳- کدامیک برهان خلف است؟

$(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$

$(p \rightarrow q) \Leftrightarrow [(p \wedge \sim q) \rightarrow (q \wedge \sim q)]$

$p \wedge c \Leftrightarrow c$

$p \wedge (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \sim q) \Leftrightarrow c$

ج.

الف.

۴- کدامیک از گزاره‌های زیر درست است؟

$\forall x(p(x) \vee q(x)) \Rightarrow (\forall x p(x)) \vee (\forall x q(x))$

$\forall x(p(x) \vee q(x)) \Leftarrow (\forall x p(x)) \vee (\forall x q(x))$

$\exists x(p(x) \vee q(x)) \Rightarrow (\exists x p(x)) \vee (\exists x q(x))$

$\exists x(p(x) \vee q(x)) \equiv (\exists x p(x)) \vee (\exists x q(x))$

د.

ج.

۵- نقیض گزاره $(\forall x \exists y p(x,y))$ کدام است؟

$\forall x \forall y p(x,y)$

$\exists x \forall y \sim p(x,y)$

$\exists x \exists y \sim p(x,y)$

$\sim \forall x \exists y p(x,y)$

ب.

الف.

۶- کدامیک از گزاره‌های زیر درست می‌باشد؟

$A \cup (B \times C) = (A \cup B) \times (A \cup C)$

$A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$

$A \times B = A \times C \Rightarrow B = C$

$A \cap (B \times C) = (A \cap B) \times (A \cap C)$

ج.

الف.

۷- رابطه $\{(a,a), (a,b), (b,b), (b,c), (a,c)\}$ را روی مجموعه $A = \{a, b, c\}$ در نظر بگیرید. کدام گزاره زیر در مورد R

درست است؟

د. ترتیب جزئی است

ج. انتقالی است

ب. متقارن است

الف. انعکاسی است



مجاز است.

استفاده از:

۸- اگر رابطه \equiv , رابطه همنهشتی به پیمانه ۵ روی Z باشد، آنگاه تعداد کلاسهای هم ارزی مجازی این رابطه چندتاست؟

- د. ۵ ج. ۶ ب. ۴ الف. بی نهایت

۹. کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟ (فرض کنید $f: A \rightarrow B$ یک تابع و X' زیر مجموعه‌های A باشند.)

- | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|
| ب. $f[X \cap X'] = f[X] \cap f[X']$ | الف. $f[X \cup X'] = f[X] \cup f[X']$ |
| د. $f[\varphi] = \varphi$ | ج. $f[X - X'] \supseteq f[X] - f[X']$ |

۱۰. کدامیک از گزاره‌های زیر نادرست است؟

- د. $R \sim Z$ ج. $N \sim Q$ ب. $P(A) \sim A_{\{0,1\}}$ الف. $(0,1) \sim (5,25)$

۱۱. اگر B, A مجموعه‌های بی شمار باشند، کدام گزاره نادرست است؟

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------|
| ب. $A \times B$ بی شمار است | الف. $A \cup B$ بی شمار است |
| د. $A - B$ شمارش پذیر است | ج. A_B بی شمار است |

۱۲. فرض کنید $n \in N$. کدام گزینه برابر \aleph_0 نیست؟

- د. $\aleph_0 + \aleph_0$ ج. $\aleph_0 \cdot \aleph_0$ ب. $\aleph_0^{\aleph_0}$ الف. 2^{\aleph_0}

۱۳. کدامیک معادل اصل انتخاب نیست؟

- | | |
|-----------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| الف. لم زورن | ب. اصل خوشترتیبی |
| ج. اگر $f: A \rightarrow A$ پوشای باشد، آنگاه f معکوس چپ دارد | د. برای هر دو مجموعه A, B داریم: $A \leq B$ یا $B \leq A$ |

۱۴- اگر $\{(x, y) \in R^2 \mid 9x^2 + 4y^2 = 36\} = R$, آنگاه دامنه رابطه R کدام است؟

- د. $[-6, 6]$ ج. $[-3, 2]$ ب. $[-2, 2]$ الف. $[-3, 3]$

۱۵- هرگاه $\{10, 15, 6, 4\} = B$ باشد، آنگاه $\inf B, \sup B$ به ترتیب برابرند با:

- د. ۶۰ و ۲ ج. ۶۰ و ۱ ب. ۱۲ و ۴ الف. ۷۲۰ و ۴

مجاز است.

استفاده از:

۱۶- کدام مجموعه شمارش پذیر است؟

د. $[0,1]$ ج. $N \times Q \times Z$ ب. $N_{[0,1]}$ الف. $P(N)$ ۱۷- بر طبق اصل انتخاب اگر A یک خانواده از مجموعه‌های ناتهی باشد، آنگاه :ب. $\exists f : A \rightarrow A, \forall X \in A, f(X) = X$ الف. $\exists f : A \rightarrow \cup A, \forall X \in A, f(X) \in X$ د. $\exists f : \cup A \rightarrow A, \forall X \in A, f(X) \neq X$ ج. $\exists f : \cup A \rightarrow \cup A, \forall X \in A, f(X) \in X$ ۱۸- اگر $f : R \rightarrow R$ با ضابطه $f(x) = |x + 5|$ باشد و $f^{-1}[Y] = [-1, 3]$ ، آنگاه f کدام است؟د. $[-4, 8]$ ج. $[-8, 2]$ ب. $[-8, 8]$ الف. $[-4, 8]$ ۱۹- اگر $S = \{(x, y) \in R^r \mid x = \sqrt[n]{y}\}$ و $R = \{(x, y) \in R^r \mid x = y^r\}$ آنگاه $S \circ R$ کدام است؟ب. $\{(x, y) \in R^r \mid x = y^r\}$ الف. $\{(x, y) \in R^r \mid x^r = \sqrt[n]{y}\}$ د. $\{(x, y) \in R^r \mid \sqrt[n]{x} = y^r\}$ ج. $\{(x, y) \in R^r \mid x = y^{r^n}\}$ ۲۰- اگر A, B دو مجموعه متناهی باشند، کدام گزینه نادرست است؟ب. $|A \times B| = |A| \cdot |B|$ الف. $|A \cup B| = |A| + |B|$ د. $|P(A)| = 2^{|A|}$ ج. $|A_B| = |B|^{|A|}$

سوالات تشریحی: (بارم هر سوال ۲ نمره)

۱- نشان دهید بحث زیر معتبر است:

1. $p \rightarrow q$

2. $r \rightarrow s$

3. $q \vee s \rightarrow \neg t$

4. t

$\therefore \neg p \wedge \neg r$

۲- فرض کنید C, B, A سه مجموعه دلخواه باشند. با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها نشان دهید:

$$(A \cap B) - (A \cap C) = A \cap (B - C)$$

مجاز است.

استفاده از:

۳. فرض کنید $f: A \rightarrow B$ و $g: B \rightarrow A$ تابع باشند. نشان دهید:

الف. اگر $f \circ g = 1_A$ آنگاه f پوشاست.

ب. اگر $g \circ f = 1_B$ آنگاه f یک به یک است.

۴. نشان دهید هیچ تناظر دو سویی بین \mathbb{N} و $\mathcal{P}(\mathbb{N})$ وجود ندارد.

۵. اصل ماکسیمال هاسدورف را بیان و اثبات کنید.