



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱۱۱۰۷۶) ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۴۰۰)

مجاز است.

استفاده از: --

۱. $6 \leq a \leq 6$ عدد طبیعی مفروضی است و m و n به ترتیب تعداد یالها و رأسهای گراف مفروض G هستند که در شرط

$m \leq 3n - a$ صدق می کنند. با این شرایط کدام گزینه همواره صحیح است؟

الف - G حداقل یک رأس مانند v دارد که $\deg v \leq 6$.

ب - درجه هر رأس G حداقل ۷ است.

ج - G حداقل یک رأس مانند v دارد که $\deg v \leq 5$.

د - درجه هر رأس G حداقل ۶ است.

۲. در مورد ماتریس مجاورت یک گراف بدون طوقه همواره داریم:

الف - بعضی از عناصر روی قطر اصلی برابر ۱ هستند.

ب - مجموع درایه‌های سطر i ام آن دو برابر تعداد یالهای گراف است.

ج - مجموع درایه‌های سطر i ام آن نصف درجه رأس i است.

د - همواره یک ماتریس مثلثی است.

۳. کدام گزاره صحیح است؟

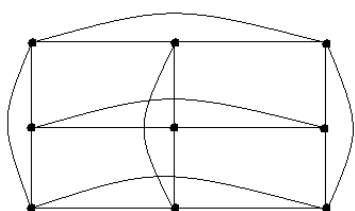
الف - $K_2 + K_3 = K_{2,3}$

ب - $Q_n = K_2 \cdot Q_{n-1}$

ج - گراف $L(K_5)$ گراف پیترسن است.

د - برای دو گراف G_1 و G_2 همواره داریم $G_1[G_2] = G_2[G_1]$

۴. فرض کنید گراف G به صورت روبرو باشد، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟



الف - $G = K_3 \cup K_3$

الف - $G = K_3 + K_3$

ب - $G = K_3 \times K_3$

ج - $G = K_3[K_3]$



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱۱۱۰۷۶) ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۴۰۰)

مجاز است.

استفاده از:

۵. اگر m_1 و m_2 به ترتیب تعداد یالها و n_1 و n_2 به ترتیب تعداد رأسهای گرافهای G_1 و G_2 باشند، کدام گزینه صحیح است؟

الف - $E(G_1 \times G_2) = n_1 m_2 + n_2 m_1$

ب - $E(G_1 [G_2]) = n_1 m_2 + m_1 n_2$

ج - $E(G_1 \times G_2) = n_1 m_1 + m_2 n_2$

د - $E(G_1 [G_2]) = n_1 m_1 + n_2 m_2$

۶. در یک گروه دوستی ۶ نفره همواره داریم

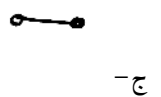
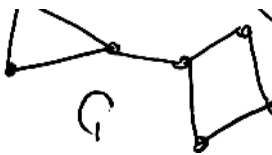
الف - ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسند.

ب - تعداد افرادی که تنها تعدادی فرد از اشخاص دیگر را می شناسند فرد است.

ج - ۲ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند، یا ۳ نفر وجود دارند که هیچ یک دیگری را نمی شناسند.

د - ۳ نفر وجود دارند که دو به دو همدیگر را می شناسند.

۷. فرض کنیم گراف G به صورت زیر باشد. در این صورت گراف بلوک، $B(G)$ ، آن کدامیک از گرافهای زیر است؟



۸. کدام گزینه صحیح است؟

الف - گراف همبند G جهت پذیر است اگر و تنها اگر پل نداشته باشد.

ب - راهی که فاقد یال تکراری باشد مسیر نامیده می شود.

ج - تفاضل مجموع درجات ورودی و خروجی هر گراف سودار برابر ۱ است.

د - در هر گراف سودار درجه ورودی و خروجی هر رأس با هم برابر است.



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱۱۱۰۷۶) ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۴۰۰)

--

مجاز است.

استفاده از:

۹. کدام گزینه صحیح است؟

$$\text{Spec}(K_n) = \begin{pmatrix} n & -1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \text{ - ب}$$

$$\text{Spec}(K_n) = \begin{pmatrix} n-1 & -1 \\ 1 & n-1 \end{pmatrix} \text{ - الف}$$

$$\text{Spec}(K_n) = \begin{pmatrix} n-1 & 1 \\ -1 & n-1 \end{pmatrix} \text{ - د}$$

$$\text{Spec}(K_n) = \begin{pmatrix} n & 1 \\ 1 & n \end{pmatrix} \text{ - ج}$$

۱۰. فرض کنید G یک گراف λ -رأسی و $\chi(G, \lambda) = \lambda^4 - 5\lambda^3 - 4\lambda + 8$ در این صورتالف - G دارای ۱ مثلث است.ب - G دارای ۴ مثلث است.ج - G دارای ۵ مثلث است.د - G دارای ۲ مثلث است.

۱۱. کدام گزینه صحیح است؟

الف - در گراف k -منظم G ، قدر مطلق هر مقدار مشخصه λ گراف بزرگتر از k استب - برای گراف منظم k یک مقدار مشخصه با درجه تکرار ۲ است.ج - اگر G گراف ساده، ناصفر، همبند و k -منظم بوده و $k \neq \lambda$ یک مقدار مشخصه آن باشد، در این صورت $\lambda - 1$ یکمقدار مشخصه \bar{G} است.د - اگر G گراف ساده و ناصفری باشد داریم $A(G) + A(\bar{G}) = A(\bar{K}_n)$.

۱۲. کدام گزینه صحیح است؟

الف - اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس بوده که برای هر دو رأس غیر مجاور x و y از آن داشته باشیم $\deg x + \deg y \geq n$ آنگاه G دارای دور هامیلتونی است.ب - اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس باشد، آنگاه G دارای دور هامیلتونی است اگر و تنها اگر برای هر دو رأس غیر مجاور x و y ازآن داشته باشیم $\deg x + \deg y \geq n$.ج - اگر G گرافی با $n \geq 3$ رأس بوده که درجه هر رأس آن حداقل $\frac{n-2}{2}$ باشد، آنگاه G دارای دور هامیلتونی است.

د - هر گراف دوبخشی دارای دور هامیلتونی است.



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱۱۱۰۷۶) ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۴۰۰)

مجاز است.

استفاده از:

۱۳. در یک درخت غیر صفر با n رأس و m یال همواره داریم

ب- $m = n$

الف- هر رأس دلخواه یک رأس برشی است.

د- $m = n + 1$

ج- هر دو رأس دلخواه تنها با یک مسیر به هم متصلند.

۱۴. اگر X یالی از گراف همبند G باشد کدام یک از احکام زیر با سایر حکم ها معادل نیست؟الف- X روی هیچ دوری قرار ندارد.ب- مسیر بین هر دو رأس G شامل X است.ج- رأس هایی مانند u و v وجود دارند که X روی هر مسیری بین u و v واقع شده است.د- X یک پل است.۱۵. برای هر گراف همبند G همواره داریم

ب- $k(G) \leq k'(G) \leq \delta(G)$

الف- $\delta(G) \leq k(G) \leq k'(G)$

د- $\delta(G) \leq k'(G) \leq k(G)$

ج- $k'(G) \leq k(G) \leq \delta(G)$

۱۶. کدام گزینه صحیح است؟

الف- هر درخت یک گراف دوبخشی است.

ب- اگر درخت T دارای k یال و G گرافی دارای حداقل یک رأس با درجه k باشد، آنگاه G دارای زیرگرافی یکرخت با T است.

ج- هر درخت جهت پذیر است.

د- هر گراف دارای یک درخت سراسری است.



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱۱۱۰۷۶) ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۴۰۰)

مجاز است.

استفاده از:

۱۷. کدام گزینه در مورد عدد رنگی صحیح است؟

الف- به ازای هر $n: \chi(C_n) = 3$, $\chi(K_n) = n$ ب- همواره داریم: $\chi(C_n) = \begin{cases} 2 & n = 2k \\ 3 & n = 2k + 1 \end{cases}$, $\chi(K_n) = n - 1$ ج- به ازای هر $n: \chi(C_n) = 2$, $\chi(P_n) = 2$ د- همواره داریم: $\chi(C_n) = \begin{cases} 2 & n = 2k \\ 3 & n = 2k + 1 \end{cases}$, $\chi(K_n) = n$

۱۸. کدام گزینه صحیح است؟

الف- اگر G گرافی دلخواه با p رأس و q یال باشد، آنگاه $q \leq 3p - 6$.ب- اگر G گرافی همبند و مسطح باشد تعداد نواحی آن بستگی به نمایش آن دارد.ج- اگر p , q و r به ترتیب، تعداد رأس ها، یال ها و نواحی یک نمایش گراف مسطح G در صفحه، باشند آنگاه

$$p - q + r = 2$$

د- در هر نمایشی از یک گراف همبند، مجموع درجات نواحی عددی زوج است.

۱۹. کدام گزینه صحیح است؟

الف- دوگان گراف K_4 یک گراف ساده کامل نیست. ب- دوگان گراف K_3 یکرخت با خودش است.ج- دوگان گراف K_4 یکرخت با خودش است. د- دوگان گراف K_4 یکرخت با خودش است.

۲۰. کدام گزینه صحیح است؟

الف- $v(K_5) = 1$ و اگر G یک درخت باشد $v(G) = 0$.ب- $v(K_5) = 0$ و اگر G یک درخت باشد $v(G) = 1$.ج- $v(K_5) = 0$ و اگر G یک درخت باشد $v(G) = 0$.د- $v(K_5) = 1$ و اگر G یک درخت باشد $v(G) = 1$.



کُد سری سؤال: یک (۱)

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: نظریه گراف و کاربردهای آن

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی (کاربردی - محض) (۱۱۱۱۰۷۶) ریاضیات و کاربردها (۱۱۱۱۴۰۰)

--

مجاز است.

استفاده از:

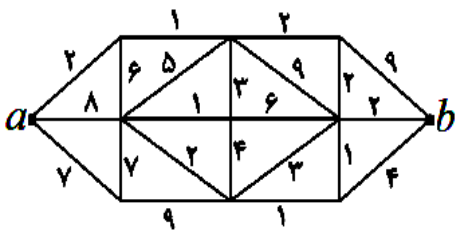
سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره می باشد.

۱. الف: ثابت کنید تعداد رئوس درجه فرد در هر گراف زوج است.

ب: فرض کنید در گراف ساده n رأسی G رابطه $\delta(G) \geq \frac{n-1}{2}$ برقرار باشد. ثابت کنید در این صورت G همبند است.۲. الف: ثابت کنید گراف G ($G \neq K_1$) -۱، همبند است اگر و فقط اگر همبند باشد.ب: ثابت کنید اگر گراف G ($G \neq K_p$) -۲ همبند باشد، آن گاه یک بلوک است.

۳. ثابت کنید هر گراف یک گراف اشتراک است

۴. با استفاده از الگوریتم دیجکسترا کوتاهترین فاصله بین رئوس a و b در گراف زیر را بیابید.۵. با استفاده از قضیه اولر ثابت کنید K_5 و $K_{p,p}$ مسطح نیستند.