

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۴۹ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۴)

۱- فرض کنید $f = e^{xyz}$ باشد. هرگاه $p = (1, 1, -1)$ و $v = (2, 1, 1)$ آنگاه مقدار $v_p[f]$ کدام است؟

۱. $2e^{-1}$ ۲. $-2e^{-1}$ ۳. e^{-1} ۴. $-e^{-1}$

۲- فرض کنید α خمی در E^3 باشد بطوری که $\alpha(0) = (1, 0, 5)$ و $\alpha'(t) = (t^2, t, e^t)$. در این صورت $\alpha(t)$ کدام است؟

۱. $\alpha(t) = (1/3t^3, 1/2t^2, e^t)$ ۲. $\alpha(t) = (1/3t^3 + 1, 1/2t^2, e^t - 5)$

۳. $\alpha(t) = (1/3t^3 - 1, 1/2t^2, e^t + 5)$ ۴. $\alpha(t) = (1/3t^3 + 1, 1/2t^2, e^t - 6)$

۳- فرض کنید $\varphi = (z^2 - 1)dx + dy - xdz$ و $p = (1, -1, -1)$ و $v = (2, 1, 3)$ مقدار $\varphi(v_p)$ کدام است؟

۱. ۲ ۲. -۲ ۳. ۳ ۴. -۳

۴- فرض کنید $F: E^n \rightarrow E^m$ یک نگاشت منظم باشد. کدام گزینه نادرست است؟

۱. در هر نقطه $p \in E^n$ نگاشت F_{*p} یک بیک است. ۲. مرتبه ماتریس ژاکوبی F در $p \in E^n$ برابر n است.

۳. در هر نقطه $p \in E^n$ نگاشت F_{*p} پوشاست. ۴. اگر $F_{*p}(v_p) = 0$ آنگاه $v_p = 0$.

۵- فرض کنید Y یک میدان برداری روی خم α باشد بطوری که Y دارای طول ثابت است. در این صورت:

۱. در هر نقطه Y و Y' بر هم عمود هستند ۲. Y میدان برداری ثابت است.

۳. Y میدان برداری مماس است. ۴. Y روی خم α متوازی است.

۶- فرض کنید α خم منظمی با تابع تندی v باشد. در این صورت شتاب α برابر است با:

۱. $\alpha'' = dv/dtT + \kappa vN$ ۲. $\alpha'' = dv/dtN + \kappa vT$

۳. $\alpha'' = dv/dtT + \kappa v^2N$ ۴. $\alpha'' = dv/dtN + \kappa v^2T$

۷- فرض کنید $W = 2x^2U_1 + yz^2U_3$ و $v = (-2, 1, 1)$ در $p = (1, 2, -1)$ باشد. در این صورت $\nabla_v W$ کدام است؟

۱. $-8U_1(p) - 4U_3(p)$ ۲. $-4U_1(p) - 4U_3(p)$ ۳. $-8U_1(p) - 2U_3(p)$ ۴. $-4U_1(p) - 2U_3(p)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴)

۸- کدام گزینه درست است؟

۱. هر ایزومتري یک تبدیل متعامد است.

۲. هر ایزومتري یک انتقال است.

۳. اگر F یک ایزومتري و $F(0) = 0$ باشد آنگاه F یک انتقال است.

۴. هر انتقال یک ایزومتري است.

۹- فرض کنید $F: E^3 \rightarrow E^3$ یک ایزومتري سو نگهدار باشد. آنگاه:

۱. $\text{sgn } F = 1$.۲ $\text{sgn } F = -1$.۳ $\text{sgn } F = \pm 1$.۴ $\text{sgn } F > 0$.۴

۱۰- فرض کنید Y یک میدان برداری روی خم α در E^3 و F یک ایزومتري باشد. در این صورت $\bar{Y} = F_*(Y)$ یک میدان

برداری روی خم $\bar{\alpha} = F(\alpha)$ می باشد و:

۱. $\bar{Y}' = F(Y')$.۲ $\bar{Y}' = F_*(Y')$.۳ $Y' = F(\bar{Y}')$.۴ $Y' = F_*(\bar{Y}')$.۴

۱۱- فرض کنید α خمی با تندی واحد در E^3 باشد که دارای خمیدگی و تاب ثابت و مخالف صفر است. آنگاه:

۱. α یک قوسی از دایره است.

۲. α خم مسطح است.

۳. α مارپیچ است.

۴. α مارپیچ استوانه ای است.

۱۲- فرض کنید دو خم α و β با تندی واحد قابل انطباق هستند. آنگاه:

۱. K_α / K_β ثابت است.

۲. همواره $K_\alpha = K_\beta$.

۳. همواره $K_\alpha = -K_\beta$.

۴. همواره $K_\alpha = \pm K_\beta$.

۱۳- کدامیک از زیر مجموعه های زیر یک رویه است:

۱. $M: z^2 = 2x^2 + y^2$

۲. $M: xy = 0, x \geq 0, y \geq 0$

۳. $M: z^2 + y^2 + x^2 = 1$

۴. $M: x^2 + y^2 - z^2 = 0$

۱۴- فرض کنید $M: g = c$ رویه ای در E^3 باشد در این صورت میدان برداری گرادیان $\nabla g = \sum (\partial g / \partial x_i) U_i$:

۱. یک میدان برداری مماس است.

۲. یک میدان برداری قائم است.

۳. یک میدان متوازی است.

۴. یک تابع روی رویه است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۹ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۱۳۸۴)

۱۵- فرض کنید $F: M \rightarrow N$ یک نگاشت و $x: D \rightarrow M$ نمایش پارامتری M و y نگاشت مرکب $F(x): D \rightarrow M$ باشد. آنگاه:

$$F_*(x_u) = y_u, F_*(x_v) = y_v \quad .2 \quad F_*(y_u) = x_u, F_*(y_v) = x_v \quad .1$$

$$F(y_u) = x_u, F(y_v) = x_v \quad .4 \quad F(x_u) = y_u, F(x_v) = y_v \quad .3$$

۱۶- فرض کنید P صفحه ای در E^3 باشد. در این صورت بازای هر میدان برداری قائم یکه U روی P در E^3 :

$$S(v) = -\nabla_v U = 0 \quad .2 \quad S(v) = -\nabla_v U \quad .1 \text{ ثابت است.}$$

$$S(v) = -\nabla_v U < 0 \quad .4 \quad S(v) = -\nabla_v U > 0 \quad .3$$

۱۷- فرض کنید P یک نقطه نافی از رویه $M \subset E^3$ باشد. در این صورت بازای هر بردار مماس یکه u در P :

$$k(u) = 0 \quad .1 \quad k(u) > 0 \quad .2 \quad k(u) < 0 \quad .3 \quad k(u) \quad .4 \text{ ثابت است.}$$

۱۸- فرض کنید M یک رویه مینیمال باشد. در این صورت:

$$.1 \text{ خمیدگی متوسط صفر است.} \quad .2 \text{ خمیدگی متوسط مثبت است.}$$

$$.3 \text{ خمیدگی متوسط منفی است.} \quad .4 \text{ خمیدگی متوسط ثابت است.}$$

۱۹- فرض کنید $x(u, v) = (u, v, f(u, v))$ یک قطعه مختصات مونژ باشد. اگر x هموار باشد آنگاه:

$$f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 = 0 \quad .2 \quad f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 \quad .1 \text{ در هر نقطه ثابت است.}$$

$$f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 < 0 \quad .4 \quad f_{uu}f_{vv} - f_{uv}^2 > 0 \quad .3$$

۲۰- فرض کنید α خمی از رویه $M \subset E^3$ باشد. هر گاه α یک خط مستقیم باشد در این صورت:

$$.1 \alpha \text{ فقط ژئودزیک است.} \quad .2 \alpha \text{ فقط مجانبی است.}$$

$$.3 \alpha \text{ هم ژئودزیک است و هم مجانبی} \quad .4 \alpha \text{ نه ژئودزیک است و نه مجانبی.}$$

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید اگر $v_p = (v_1, v_2, v_3)$ یک بردار مماس بر E^3 باشد آنگاه: $v_p[f] = \sum v_i \partial f / \partial x_i(p)$ ۱.۴ نمره

۲- ثابت کنید اگر α خمی منظم باشد آنگاه می توان برای آن نمایش دیگر β را طوری تعیین کرد که تندی β برابر ۱ باشد. ۱.۴ نمره

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

درس: هندسه دیفرانسیل موضعی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۴۹ - ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۳۸۴)

۱.۴ نمره

۳- اگر v و w دو بردار مماس بر E^3 در P باشند و F یک ایزومتری از E^3 آنگاه

$$F_*(v \times w) = \operatorname{sgn} FF_*(v) \times F_*(w)$$

۱.۴ نمره

۴- ثابت کنید:

$$K = k_1 k_2 \quad \text{الف}$$

$$H = (k_1 + k_2) / 2 \quad \text{ب}$$

۱.۴ نمره

۵- در یک رویه دلخواه ثابت کنید:

$$\omega_{13} \wedge \omega_{23} = K \theta_1 \wedge \theta_2 \quad \text{الف}$$

$$\omega_{13} \wedge \theta_2 + \theta_1 \wedge \omega_{23} = 2H \theta_1 \wedge \theta_2 \quad \text{ب}$$