



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی محض) جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۸)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از: --

۱. مرتبه هر ۳- زیر گروه سیلو از یک گروه با مرتبه ۱۲ برابر است با:

الف. ۳	ب. ۴	ج. ۲	د. ۱۲
--------	------	------	-------
۲. هر گروه از مرتبه ۲۵۵ چند ۳- زیر گروه سیلو دارد؟

الف. ۱	ب. ۱۵	ج. ۱ یا ۱۵	د. ۱ یا ۸۵
--------	-------	------------	------------
۳. کدام عدد مرتبه یک گروه ساده است؟

الف. ۲۰	ب. ۳۶	ج. ۳۰	د. ۲۳
---------	-------	-------	-------
۴. در مورد گروه متقارن S_3 کدام گزینه صحیح است؟

الف. یک زیر گروه از مرتبه ۲ دارد.
ب. سه زیر گروه از مرتبه ۲ دارد.
ج. دو زیر گروه از مرتبه ۳ دارد.
د. سه زیر گروه از مرتبه ۳ دارد.
۵. فرض کنید G یک گروه از مرتبه ۳۱ و H یک زیر گروه از G باشد تعداد زیر گروه‌های مزدوج با H برابر است با:

الف. ۳۱	ب. ۱	ج. ۲	د. ۴
---------	------	------	------
۶. فرض کنید M یک R -مدول و N زیر مدول M باشد، در این صورت $Ann(\frac{M}{N})$ کدام است؟

الف. $(M=N)$	ب. $(N=M)$	ج. M	د. N
--------------	------------	--------	--------
۷. اگر N و N' دو زیر مدول M باشند آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

الف. $Ann(N + N') = Ann(N) \cap Ann(N')$
ب. $Ann(N + N') = Ann(N) + Ann(N')$
ج. $Ann(\frac{M}{NN'}) = Ann(N) + Ann(N')$
د. $Ann(N \cap N') = Ann(N) + Ann(N')$
۸. فرض کنید $f: N \rightarrow M$ یک دنباله کامل از R -مدولها و R -همریختیها باشد. در این صورت

الف. $ker f = N$	ب. $im f = M$	ج. $N \cong im f$	د. $im f = 0$
------------------	---------------	-------------------	---------------
۹. هر دامنه ایده ال اصلی

الف. تعداد متناهی ایده ال ماکسیمال دارد.
ب. یک حلقه موضعی است.
ج. یک حلقه آرتینی است.
د. یک حلقه نوتری است.
۱۰. کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

الف. هر مدول نوتری، آرتینی است.
ب. هر مدول آرتینی، نوتری است.
ج. هر حلقه آرتینی، نوتری است.
د. هر حلقه نوتری، آرتینی است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی محض) جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۸)

مجاز است.

استفاده از:

۱۱. فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویض‌پذیر R باشد و نیز $f: M \rightarrow M$ یک هم‌ریختی دلخواه باشد. در این صورت
- اگر M نوتری و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.
 - اگر M نوتری و f یک به یک باشد آنگاه f پوشا است.
 - اگر M آرتینی و f پوشا باشد آنگاه f یک به یک است.
 - اگر M نوتری و آرتینی باشد آنگاه f دوسویی است.

۱۲. فرض کنید M یک R -مدول و N زیرمدول M باشد، در این صورت

- اگر M آرتینی باشد آنگاه $\frac{M}{N}$ آرتینی است.
- اگر $\frac{M}{N}$ آرتینی باشد آنگاه M آرتینی است.
- اگر N آرتینی باشد آنگاه $\frac{M}{N}$ آرتینی است.
- اگر N آرتینی باشد آنگاه M آرتینی است.

۱۳. اگر G_1 و G_2 دو زیرمدول M چنان باشند که $\frac{M}{G_1}$ و $\frac{M}{G_2}$ هر دو نوتری اند آنگاه

- الف. M نوتری است.
- ب. $G_1 \cap G_2$ نوتری است.
- ج. $\frac{M}{G_1 \cap G_2}$ نوتری است.
- د. $G_1 + G_2$ نوتری است.

۱۴. در سری ترکیبی $G_0 \subset G_1 \subset \dots \subset G_n - R$ زیرمدولهای G_i کدام گزینه صحیح است؟

- الف. $\frac{G_i}{G}$ ها ساده اند.
- ب. $\frac{G}{G_i}$ ها ساده اند.
- ج. $\frac{G_i}{G_{i-1}}$ ها ساده اند.
- د. G_{i-1} ها ساده اند.

۱۵. کدامیک از حلقه‌های زیر نوتری نیست؟

- الف. Z
- ب. $Z[\sqrt{-5}]$
- ج. $k[x]$ (ک میدان)
- د. $R[x]$ (یک حلقه)

۱۶. $R - M$ مدول دارای طول متناهی است اگر و تنها اگر

- الف. M نوتری باشد.
- ب. M آرتینی باشد.
- ج. M نوتری و آرتینی باشد.
- د. M متناهی مولد باشد.

۱۷. اگر R حلقه نوتری باشد در این صورت تحت کدام شرط زیر $R - M$ مدول M نیز نوتری است؟

- الف. M مدول آزاد باشد.
- ب. M متناهی مولد باشد.
- ج. M مدول آرتینی باشد.
- د. زیرمدولی از M موجود باشد که متناهی مولد باشد.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی محض) جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۸)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از:

۱۸. فرض کنید R حلقه تعویضپذیر نوتری باشد. در این صورت

الف. R تعداد متناهی ایده آل ماکسیمال دارد.

ب. هر ایده آل اول R ماکسیمال است.

ج. حلقه R آرتینی است.

د. اگر هر ایده آل اول R ماکسیمال باشد، آنگاه R آرتینی است.

۱۹. فرض کنید R حلقه جابجایی و نوتری و M یک ایده آل ماکسیمال آن باشد در این صورت اگر

$$J = \bigcap_{n=1}^{\infty} M^n$$

آنگاه

الف. $MJ = J$ ب. $MJ = M$ ج. $MJ = 0$ د. $J = 0$

۲۰. فرض کنید I ایده آلی سره از حلقه جابجایی R باشد. هرگاه $R -$ مدول $\frac{R}{I}$ دارای طول متناهی باشد آنگاه

الف. $assl$ از ایده آل های ماکسیمال R تشکیل شده است.

ب. $assl$ متناهی است.

ج. $assl$ تهی است

د. $assl$ دارای ایده آل اولی است که، ماکسیمال نیست.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۳

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی محض) جبرانی ارشد (۱۱۱۱۰۴۸)

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از:

سئوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. فرض کنید M مدولی روی حلقه تعویضپذیر R باشد. ثابت کنید R -مدول آزادی مانند F و همریختی پوشایی از F به M وجود دارد.

۲. فرض کنید R حلقه تعویضپذیر و دنباله $0 \longrightarrow L \xrightarrow{f} M \xrightarrow{g} N \longrightarrow 0$

یک دنباله کامل کوتاه از R -مدولها و R -همریختیها باشد. نشان دهید.

الف. M متناهی طول است اگر و تنها اگر N و L هر دو متناهی طول باشند.

ب. اگر M متناهی طول باشد آنگاه

$$l(M) = l(N) + l(L)$$

۳. نشان دهید که A_4 یک زیر گروه سیلو از مرتبه ۴ و چهار زیر گروه سیلو از مرتبه ۳ دارد.

۴. نشان دهید هر حلقه تعویضپذیری که هر ایده‌ال اولش متناهی مولد باشد نوتری است.

۵. لم ناکایاما را بیان کرده و اثبات کنید.