



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

ارشد ژئوفیزیک زلزله‌شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از: —

۱. توابع f و g را متعامد ساده گوییم هرگاه:

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = 1 \quad \text{ب-}$$

$$\int_a^b f(x) \cdot g(x) dx = 0 \quad \text{الف-}$$

$$\int_a^b (f(x) - g(x)) dx = 0 \quad \text{د-}$$

$$\int_a^b f(x) g(x) x dx = 0 \quad \text{ج-}$$

۲. تابع دو متغیره $F(x, t)$ برای مجموعه توابع $\{f_n\}_{n=0}^{\infty}$ یک تابع مولد است هرگاه:

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n f_n(x) \quad \text{ب-}$$

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x) t^n \quad \text{الف-}$$

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(x) \quad \text{د-}$$

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} t^n \quad \text{ج-}$$

۳. اگر P_8 , هشتمین چندجمله ای لژاندر باشد، $P_8(-1)$ کدام است؟

د- ۸-

ج- ۱-

ب- ۸

الف- ۱

۴. اگر P_n , n امین چندجمله ای لژاندر باشد حاصل $P_{2n+1}(0)$ کدام است؟

د- $2n$

ج- n

ب- $2n+1$

الف- صفر

۵. کدامیک از نقاط زیر نقاط منفرد معادله لژاندر هستند؟

د- $-2, 0$

ج- $2, 0$

ب- $2, -2$

الف- $1, -1$

۶. چندجمله ایهای چبیشف نوع اول $\{T_n\}_{n=0}^{\infty}$ روی بازه $(-1, 1)$ نسبت به کدامیک از تابع وزنه‌های زیر متعامد هستند؟

$$w(x) = (1-x) \quad \text{ب-}$$

$$w(x) = (1+x) \quad \text{الف-}$$

$$w(x) = (1-x^2) \quad \text{د-}$$

$$w(x) = (1-x^2)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{ج-}$$

۷. با فرض اینکه $\{S_n\}_{n=0}^{\infty}$ چند جمله ای چبیشف نوع دوم باشد حاصل $\|S_n\|$ کدام است؟ (با تابع وزن $w(x) = (1-x^2)^{\frac{1}{2}}$ بر

بازه $(-1, 1)$)

د- 2π

ج- صفر

ب- $\frac{\pi}{2}$

الف- $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

ارشد ژئوفیزیک زلزله‌شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

۸. فرم خودالحاق معادله دیفرانسیل $x^2 u'' + xu' + u = 0$, $0 < a \leq x \leq b$ کدام است؟

ب- $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} u \right) = 0$

الف- $\frac{d}{dx} (x^2 \frac{du}{dx}) + x^2 = 0$

د- $\frac{d}{dx} \left(x \frac{du}{dx} \right) + \frac{1}{x} u = 0$

ج- $\frac{d}{dx} (x^2 \frac{du}{dx}) + xu = 0$

۹. چند جمله‌ای‌های ϕ_0 و ϕ_1 از یک مجموعه ساده از چندجمله‌ای‌ها که نسبت به تابع $w(x) = \sqrt{x}$ بر بازه $(0, 1)$ متعامد باشند

عبارتند از:

ب- $\phi_0(x) = 0, \phi_1(x) = x - \frac{3}{5}$

الف- $\phi_0(x) = 1, \phi_1(x) = x - \frac{3}{5}$

د- $\phi_0(x) = 0, \phi_1(x) = x$

ج- $\phi_1(x) = x, \phi_0(x) = 1$

۱۰. هر گاه S_n چند جمله‌ای چبیشف نوع دوم باشد کدام گزینه درست است؟

ب- $\sin(n+1)\theta = S_n(\cos\theta)$

الف- $\sin(n+1)\theta = \sin\theta S_n(\cos\theta)$

د- $\sin(n+1)\theta = \cos\theta S_n(\cos\theta)$

ج- $\sin(n+1)\theta = S_n(\sin\theta)$

۱۱. تابع مولد چند جمله‌ایهای چبیشف از نوع دوم کدام است؟

ب- $f(x, t) = \frac{1}{1 + 2xt + t^2}$

الف- $f(x, t) = \frac{1}{1 - 2xt + t^2}$

د- $f(x, t) = \frac{1}{1 - xt + t^2}$

ج- $f(x, t) = \frac{1}{1 - xt - t^2}$

۱۲. فرض کنید P_n , Π امین چند جمله‌ای لژاندر و f تابعی دلخواه باشد. ضرایب سری فوریه لژاندر تابع f کدام است؟

ب- $C_n = \frac{2n+1}{2} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$

الف- $C_n = \sqrt{\frac{2n+1}{2}} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$

د- $C_n = \sqrt{\frac{2}{2n+1}} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$

ج- $C_n = \frac{2}{2n+1} \int_{-1}^1 f(x) P_n(x) dx$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

ارشد ژئوفیزیک زلزله‌شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

۱۳. نامسای بسط برای هر تابع f که به مجموعه $C_p [a, b]$ متعلق است کدام است؟

ب- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \leq \|f\|$

الف- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \geq \|f\|$

د- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \leq \|f\|^2$

ج- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \geq \|f\|^2$

۱۴. فرض کنید C_k ضرایب فوریه f باشد. سری فوریه f در میانگین به f همگراست اگر و تنها اگر:

ب- $\|f\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2$

الف- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \geq \|f\|^2$

د- $\|f\| = \sum_{k=1}^{\infty} C_k^2$

ج- $\sum_{k=1}^{\infty} C_k^2 \leq \|f\|^2$

۱۵. تابع f بر بازه بسته $[a, b]$ قطعه ای هموار است هرگاه :

الف- f نا پیوسته و تعداد نقاط ناپیوستگی f' متناهی باشد.

ب- تعداد نقاط ناپیوستگی f و f' نا متناهی باشد.

ج- توابع f و f' بر $[a, b]$ قطعه ای پیوسته باشند.

د- قطعه ای پیوسته باشد.

۱۶. مرتبه یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی برابر است با:

الف- پائین ترین توان متغیر که در معادله ظاهر می شود.

ب- پائین ترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود.

ج- بالاترین توان متغیر که در معادله ظاهر می شود.

د- بالاترین مرتبه مشتقی که در معادله ظاهر می شود.

۱۷. جواب عمومی معادله دیفرانسیل $\frac{\partial z}{\partial x} + z = 0$ کدام است؟

ب- $z_h = e^{-x} f(y)$ که در آن f یک تابع دلخواه است.

الف- $z_h = 0$

د- $z_h = f(y)$ که در آن f یک تابع دلخواه است.

ج- $z_h = e^x$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

ارشد ژئوفیزیک زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

۱۸. مبین معادله $(1 - x^2) z_{xx} - 2xyz_{xy} + (1 - y^2) z_{yy} + xz + 3x^2 y = 0$ کدام است؟

الف- $x^2 + y^2 - 1$

ب- $1 - x^2 - y^2$

ج- $x^2 + y^2$

د- $x^2 - y^2$

۱۹. معادله دیفرانسیل $yz_{xx} + (x + y)z_{xy} + xz_{yy} = 0$ بر خط $y = x$:

الف- تنها یک نقطه است.

ب- سهموی است.

ج- هذلولوی است.

د- بیضوی است.

۲۰. دو انتهای یک میله به طول a را در دمای صفر نگه داشته ایم و توزیع دمای اولیه آن $f(x)$ است. مساله با مقدار مرزی آن کدام

است؟

الف- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, \quad t > 0 \quad U(0, x) = f(x), \quad 0 \leq x \leq a$

ب- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, \quad t > 0 \quad U(0, t) = f(x)$

ج- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, \quad t > 0 \quad U(0, t) = 0 \quad U(a, t) = 0 \quad U(x, 0) = f(x), \quad 0 \leq x \leq a$

د- $U_t(x, t) = kU_{xx}(x, t) \quad 0 < x < a, \quad t > 0 \quad U(x, 0) = 0$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضی (محض) (۱۱۱۱۰۴۷) ریاضیات کاربردها (۱۱۱۱۳۲۸)

ارشد ژئوفیزیک زلزله شناسی (۱۱۲۴۰۲۵)

مجاز است.

استفاده از:

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. معادله دیفرانسیل مربوط به خانواده تمام سطوح دوار حول محور Z را پیدا کنید.

۲. ثابت کنید که همه مقادیر ویژه یک مساله خودالحاق حقیقی هستند.

$$\int_0^{\infty} \frac{\cos sx}{1+s^2} ds = \frac{\pi}{2} e^{-x} \quad \text{ثابت کنید} \quad ۳$$

۴. مقادیر ویژه و توابع ویژه مساله زیر را در حالتیکه $\lambda < 0$ است بدست آورید.

$$y''(x) + \lambda y(x) = 0 \quad 0 \leq x \leq \pi \quad y(0) = 0 \quad y'(\pi) = 0$$

$$\begin{cases} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial t} = 0 \\ w(x, 0) = 0 \\ w(0, t) = t, \quad t \geq 0 \end{cases} \quad \text{۵. مساله زیر را به کمک تبدیل لاپلاس حل کنید.}$$