



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) جبرانی ارشد ۱۱۱۱۰۴۵ ریاضیات کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

مجاز است.

استفاده از: --

۱. کدام گردایه، یک توپولوژی بر R می باشد؟

الف. $T_1 = \{(a, b) : a, b \in R\} \cup \{R, \emptyset\}$ ب. $T_p = \{[a, b) : a, b \in R\} \cup \{R, \emptyset\}$

ج. $T_s = \{(a, b] : a, b \in R\} \cup \{R, \emptyset\}$ د. $T_f = \{(a, +\infty) : a \in R\} \cup \{R, \emptyset\}$

۲. کدام عبارت همواره صحیح است؟

الف. توپولوژی حد بالائی R ، ظریفتر از توپولوژی حد پایینی است.

ب. توپولوژی حد بالائی R ، درشتتر از توپولوژی حد پایینی است.

ج. توپولوژی حد پایینی R ، اکیداً ظریفتر از توپولوژی معمولی است.

د. توپولوژی حد پایینی R و توپولوژی معمولی آن قابل مقایسه نیستند.

۳. هرگاه (X, T) یک فضای توپولوژیک باشد، و $A \subseteq X$

الف. $\partial A = A - \text{Int}A$ ب. $\bar{A} = \text{Int}A \cup \partial A$

ج. $\partial A \subseteq A$ د. $X = A \cup \text{Ext}A$

۴. هرگاه Y زیر فضای X باشد و $A \subseteq Y$ آنگاه

الف. $(\bar{A})_Y = \bar{A} \cap Y$ ب. $(\bar{A})_Y = \bar{A} \cap \bar{Y}$ ج. $(\bar{A})_Y = A \cap \bar{Y}$ د. $(\bar{A})_Y = A \cap Y$

۵. کدام یک از توابع زیر پیوسته نیست؟

الف. $f : X \rightarrow Y$ که در آن X گسسته است. ب. $f : X \rightarrow Y$ که در آن Y ناگسسته است.

ج. $i : R_\ell \rightarrow R$ د. $i : R \rightarrow R_\ell$

۶. کدامیک از فضاهای زیر با هم همیومورف نیستند؟

الف. $[0, 1)$, $[1, \infty)$ ب. (R, τ_{\leftarrow}) , (R, τ_{\rightarrow})

ج. $[0, 1)$, S^1 د. R_u , R_ℓ



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) جبرانی ارشد ۱۱۱۱۰۴۵ ریاضیات کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

مجاز است.

استفاده از:

۷. کدامیک از فضاهای زیر موضعاً فشرده است؟

الف. Q ب. $R - Q$ ج. R^n د. یک فضای هاسدورف

۸. کدام عبارت در مورد Q به عنوان زیر فضائی از R صدق می‌کند؟

الف. Q همبند است.

ب. Q موضعاً همبند است.

ج. Q کلاً ناهمبند است.

د. هر زیر مجموعه‌ای از Q که حداقل دو عضو داشته باشد همبند است.

۹. کدامیک از زیر مجموعه‌های زیر همبند نیست؟

الف. یک فضای ناگسسته مانند (X, τ) ب. دایره واحد S^1 در R^2

ج. دایره واحد S^1 در R^3 د. $R - Q$ در R

۱۰. کدامیک از فضاهای زیر لیندلف نیست؟

الف. S^1 در R^2 ب. زیر فضای بسته از یک فضای لیندلف

ج. حاصلضرب دو فضای لیندلف د. $f(X)$ که در آن f پیوسته و X لیندلف است.

۱۱. فرض کنید X مجموعه‌ای دلخواه و $A \subset X$ ، کدام گردایه، یک توپولوژی بر X است؟

الف. $T_1 = \{\emptyset, A, X - A\}$

ب. $T_2 = \{Y \mid Y \subseteq X \text{ \& \{ متناهی است } } X - Y\}$

ج. $T_3 = \{Y \mid A \subseteq Y \subseteq X\}$

د. $T_4 = \{Y \mid Y \subseteq X, Y \cap A = \emptyset\} \cup \{X\}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) جبرانی ارشد ۴۵۱۱۰۴ ریاضیات کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

مجاز است.

استفاده از:

۱۲. اگر X یک فضای توپولوژیک و Y زیر فضائی از آن باشد و $A \subseteq Y$ باشد، کدامیک از گزاره‌های زیر درست است؟

الف. اگر A در Y بسته باشد، آنگاه A در X بسته است.

ب. اگر y در A, X در Y بسته باشد، آنگاه A در X بسته است.

ج. اگر A در X بسته باشد، Y در X باز باشد آنگاه A در X بسته است.

د. اگر A در Y بسته باشد و Y در X باز باشد آنگاه A در X باز است.

۱۳. Y, X دو فضای توپولوژی و $f: X \rightarrow Y$ یک تابع است کدامیک از موارد زیر معادل پیوستگی f است؟

الف. اگر $A \subseteq X$ باشد $f[\overline{A}] \subseteq \overline{f[A]}$ ب. اگر $A \subseteq X$ باشد $Int(f[A]) \subseteq f[Int(A)]$

ج. اگر $B \subseteq Y$ باشد $f^{-1}[\overline{B}] \subseteq \overline{f^{-1}[B]}$ د. به ازای هر مجموعه بسته X مانند A ، $f(A)$ بسته است.

۱۴. فرض کنید X مجموعه‌ای دلخواه باشد در این صورت:

الف. توپولوژی متمم شما را در X فشرده است.

ب. اگر X نامتناهی باشد و $a \in X$ ، آنگاه توپولوژی $\{a\}$ - شامل فشرده است.

ج. اگر $A \subseteq X$ ، آنگاه توپولوژی A - ناشامل فشرده نیست.

د. اگر X نامتناهی و A زیر مجموعه‌ای متناهی از X باشد، توپولوژی A - شامل فشرده نیست.

۱۵. کدام عبارت همواره درست است؟

الف. هر زیر مجموعه یک فضای فشرده، بسته است.

ب. هر زیر مجموعه فشرده یک فضای دلخواه بسته است.

ج. هر زیر مجموعه بسته یک فضای فشرده، فشرده است.

د. اگر X یک فضای نامتناهی و شمارا باشد، فشرده است.

۱۶. کدام عبارت همواره درست است؟

الف. هر فضای گسسته همبند است.

ب. هر فضای ناگسسته همبند است.

ج. اگر X نامتناهی باشد، توپولوژی متمم متناهی در X ، همبند نیست.

د. اگر X ناشمارا باشد، توپولوژی متمم شمارا در X ، همبند نیست.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) جبرانی ارشد ۱۱۱۱۰۴۵ ریاضیات کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

مجاز است.

استفاده از:

۱۷. کدام یک از مجموعه‌های زیر در R^2 همبند است؟

الف. $A = \{(x, y) \mid x > 1, y = \frac{1}{x}\} \cup \{(x, y) \mid 0 < x < 1, y = \frac{1}{x}\}$

ب. $A = \{(x, y) \mid 0 < x, y = \frac{1}{x}\} \cup \{(x, y) \mid y = 0\}$

ج. $A = \{(x, y) \mid 0 < x, y = \frac{1}{x}\} \cup \{(x, y) \mid y = x, x > 1\}$

د. $A = \{(x, y) \mid 0 < x, y = \frac{1}{x}\} \cup \{(x, y) \mid x > 0, y = x\}$

۱۸. کدام گزاره همواره درست است؟

الف. R موضعاً همبند نیست.

ب. Q موضعاً همبند نیست.

ج. $R - Q$ موضعاً همبند است.

د. فضای متمم متناهی موضعاً همبند نیست.

۱۹. کدام عبارت نادرست است؟

الف. فضای ناگسسته لیند洛夫 است.

ب. فضای R_ℓ در اولین اصل شمارائی صدق می‌کند و تفکیک پذیر است.

ج. فضای حاصلضربی $R_\ell \times R_\ell$ لیند洛夫 است.

د. فضای R تفکیک پذیر و لیند洛夫 است. (با توپولوژی معمولی)

۲۰. کدام یک از فضاهای زیر تفکیک‌پذیر نیست؟

الف. R_ℓ

ب. فضای متمم شمارا که در آن X ناشمارا است.

ج. فضای ناگسسته

د. فضای R



تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

نام درس: توپولوژی عمومی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) جبرانی ارشد ۱۱۱۱۰۴۵ ریاضیات کاربردها ۱۱۱۱۳۷۰

استفاده از:

مجاز است.

سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره می باشد.

۱. اگر X هاسدورف و $\bar{Y} = X, Y \subseteq X$ باشد نشان دهید هرگاه $f: X \rightarrow X$ پیوسته بوده و به ازای هر x از Y ، $f(x) = x$ ، آنگاه f تابع همانی است.

۲. هرگاه X همبند باشد، آنگاه نشان دهید هر تابع پیوسته $f: X \rightarrow \{0,1\}$ (با توپولوژی گسسته برای $\{0,1\}$) ثابت است و برعکس.

۳. اگر (X, τ) یک فضای توپولوژی و Y مجموعه‌ای دلخواه باشد و $f: X \rightarrow Y$ تابعی دلخواه باشد و $u = \{v \subseteq Y \mid f^{-1}[v] \in \tau\}$ آنگاه ثابت کنید؟

الف. u یک توپولوژی در Y است.

ب. u ظریف‌ترین توپولوژی در Y است که f نسبت به آن پیوسته است.

۴. فرض کنید X یک فضای هاسدورف و Y زیر مجموعه‌ای فشرده از آن باشد. هرگاه $x_0 \in X - Y$ آنگاه نشان دهید Y, x_0 بوسیله دو مجموعه باز از هم جدا می‌شوند.

۵. آیا می‌توان روی $X = \{a, b, c, d\}$ توپولوژی مانند τ ساخت که دارای ۱۵ عضو باشد، دلیل خود را به طور مشروح بیان کنید.