



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) - جبرانی ارشد ۱۱۱۱۰۴۲

مجاز است.

استفاده از:

۱. کدامیک از گروه‌های زیر حلپذیر نیست؟

ب. گروه جمعی Z_n

الف. گروه D_n برای هر عدد طبیعی n

د. S_4

ج. گروه‌های غیر آبدلی ساده

۲. کدام گزینه صحیح نیست؟

الف. برای هر عدد طبیعی n ، S_n حلپذیر است.

ب. هر زیر گروه یک گروه حلپذیر، حلپذیر است.

ج. گروه خارج قسمتی از هر گروه حلپذیر، حلپذیر است.

د. H و K حلپذیرند اگر و فقط اگر $H \times K$ حلپذیر باشد.

۳. فرض کنید P یک ایده‌آل اول ناصفر از $F[x]$ باشد. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

الف. P ماکسیمال است.

ب. $P = (f)$ برای چند جمله‌ای تحویل‌ناپذیر $f \in F[x]$.

ج. $\frac{F[x]}{P}$ یک میدان است.

د. $P = (f)$ که در آن $f \in F[x]$ و $x|f$.

۴. کدامیک از چند جمله‌ای‌های زیر در $Q[x]$ تحویل‌ناپذیر است؟

ب. $1 + x + x^2 + x^3$

الف. $1 + x + x^2$

د. $1 + x^2$

ج. $1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5$

۵. چندجمله‌ای مینیمال $\sqrt{2} - \sqrt{3}$ روی Q کدامست؟

ب. $x^4 + 10x^2 + 1$

الف. $x^4 - 10x^2 + 1$

د. $x^4 + 10x^2 - 1$

ج. $x^4 - 10x^2 - 1$

۶. کدامیک از اعداد زیر روی Q جبری است؟

د. \sqrt{e}

ج. e^2

ب. $1 - \sqrt[3]{5}$

الف. $2 + \pi$

۷. تعداد Q -خودریختی‌های میدان $Q(\sqrt[3]{2})$ کدامست؟

د. ۳

ج. ۲

ب. ۱

الف. صفر

۸. فرض کنید $F < K$ و $u \in F$ روی K جبری باشد. تابع $\theta_u : k[x] \rightarrow F$ را با ضابطه $\theta_u(f) = f(u)$ در نظر بگیرید در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

الف. $K(x) \cong k(u)$

ب. $k(u) = k[u]$

ج. اگر f چند جمله‌ای می‌نیمال u روی k باشد آنگاه $g \mid f$ به ازای هر g که $g(u) = 0$

د. اگر $[k(u) : k] = \deg f$ که در آن f چند جمله‌ای می‌نیمال u روی k است.



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) - جبرانی ارشد ۱۱۱۱۰۴۲

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از:

۹. اگر $F = Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ در این صورت

الف. $[F: Q] = 1$

ب. $[F: Q] = 2$

ج. $[F: Q] = 3$

د. $[F: Q] = 4$

۱۰. اگر $u = \sqrt[3]{1 + \sqrt{3}}$ ، $F = Q(u)$ و $E = Q(\sqrt{3})$ آنگاه

الف. $E < Q < F$

ب. $Q < E < F$

ج. $Q < F < E$

د. $E < F < Q$

۱۱. فرض کنید $G = Gal_R C$. در این صورت کدام گزینه نادرست است؟

الف. $C = R(i)$ میدان شکافنده چند جمله ای تحویل ناپذیر $f(x) = x^2 + 1$ روی R است.

ب. $\{1, i\}$ پایه ای برای C روی R است.

ج. $[C: R] = 3$

د. عنصر i دارای چند جمله ای مینیمال $x^2 + 1$ روی R است.

۱۲. میدان شکافنده $f(x) = x^2 + 5$ روی R کدام است؟

الف. $Q(i\sqrt{5})$

ب. C

ج. $Q(i, \sqrt{5})$

د. $Q(i)$

۱۳. فرض کنید $w = \sqrt[4]{2}$ و $F = Q(w, i)$. در این صورت $[F: Q]$ کدام است؟

الف. ۲

ب. ۴

ج. ۶

د. ۸

۱۴. فرض کنید $K < F$ و $G = Gal_K F$ و $K < L < F$ و H زیر گروه G باشد. در این صورت

الف. $H' = H'''$

ب. $H = H'''$

ج. $L = L''$

د. $L' = L''$

۱۵. فرض کنید $f = Q(w)$ که در آن $w = \sqrt[5]{2}$ در این صورت:

الف. $Q'' = F''$

ب. $Q'' = F$

ج. Q در F بسته است.

د. گروه گالوای F روی Q بیش از یک عضو دارد.

۱۶. مرتبه گروه گالوای $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5})$ روی Q برابر است با:

الف. ۸

ب. ۲

ج. ۴

د. ۱

۱۷. فرض کنید $f(x) = x^5 + 5x^4 - 5 \in Q[x]$. در این صورت گروه گالوای f روی Q با کدام گروه یکرخت است؟

الف. S_3

ب. S_5

ج. A_3

د. D_4



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبر ۲

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی (کاربردی-محض) - جبرانی ارشد ۱۱۱۱۰۴۲

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

مجاز است.

استفاده از:

۱۸. فرض کنید K میدانی از مشخصه صفر باشد و $K < F$ که $[F:K]$ متناهی است و $G = Gal_K F$. در این صورت کدام گزینه معادل با بقیه نیست؟

- الف. F یک توسیع نرمال K است.
ب. $o(G) = [F:K]$.
ج. G حلپذیر است.
د. K در F بسته است.

۱۹. کدامیک از چند ضلعی‌های زیر ساختپذیر نیست؟

- الف. مربع
ب. مثلث متساوی الاضلاع
ج. ۵ ضلعی منتظم
د. ۷ ضلعی منتظم

۲۰. فرض کنید $f, g \in Z[x]$ و p یک عدد اول باشد. اگر از \widehat{f} برای نمایش تصویر f تحت تابع $Z[x] \rightarrow Z_p[x]$ استفاده کنیم آنگاه کدام گزینه در حلقه چند جمله‌ای‌های $Z_p[x]$ نادرست است؟

- الف. $\widehat{fg} = g\widehat{f}$
ب. $\widehat{f+g} = \widehat{f} + \widehat{g}$
ج. اگر در $Z[x]$ ، $f|g$ آنگاه در $Z_p[x]$ ، $\widehat{f}|\widehat{g}$
د. اگر در $Z_p[x]$ ، f_p را با ضابطه $f_p(x) = f(x^p)$ تعریف کنیم آنگاه، $\widehat{f_p} = (\widehat{f})^p$.

سئوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. نشان دهید برای هر میدان F ، $F[x]$ حوزه ایده آل اصلی است.

۲. فرض کنید K یک میدان و f یک عنصر تحویل ناپذیر تکین از درجه n در $K[x]$ باشد. در این صورت یک توسیع ساده $F = K(u)$ از K وجود دارد که u روی K جبری با چند جمله‌ای مینیمال f است.

۳. فرض کنید $K < F$. در این صورت احکام زیر معادلند:

- الف. $[F:K]$ متناهی است.
ب. F متناهی تولید شده و روی K جبری است.
ج. $F = K(S)$ برای زیر مجموعه متناهی S از F و هر عنصر S روی K جبری است.

۴. فرض کنید $K < F$ و $G = Gal_K F$. اگر F در K بسته باشد آنگاه F روی K نرمال است.

۵. فرض کنید $K < C$ و $K < F < R$ و F روی K نرمال باشد و $[F:K] = 2^n$ که n عدد طبیعی است. در این صورت $F < C$ (یک مجموعه اعداد ساخت پذیر و R مجموعه اعداد حقیقی است).