

نام درس: جبر ۱ - مبانی جبر

زمان آزمون (دقیقه): تست: ۶۰ تشریحی: ۵

روش تحلیلی / گذ دوس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۱۰۳۷ آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۳۷ ریاضیات و کاربردها علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۱۳۲۵

حضرت علی(ع): ارزش هر کس به میزان دانایی و تخصص اوست.

کارشناسی-جبرانی ارشد

نام سری سؤال: یک (۱)

تعداد سوالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

استفاده از:

مجاز است.

--

در تمامی سوالات منظور از G یک گروه R حلقه تعویض پذیر، N مجموعه اعداد طبیعی، Z اعداد صحیح و Q اعداد گویا می باشد.

۱. کدامیک از مجموعه های زیر به همراه عمل داده شده یک گروه است؟

الف. Z^+ با عمل تقسیم معمولی اعداد

ب. N با عمل ضرب معمولی اعداد

ج. Q با عمل جمع معمولی اعداد

د. $\{0\} - Z$ با عمل ضرب معمولی اعداد

۲. رتبه ۲۴ در $(Z_{200}, +)$ برابر است با:

۲۰. د

۲۵. ج

۱۰. ب

۵. الف.

۳. کدام یک از عبارات زیر صحیح است؟

الف. گروه \mathbb{Z} کلاین دوری است

ب. هر گروه آبلی دوری است

ج. اگر y, x دو عضو از مرتبه متنهای گروه G باشند آنگاه همواره $G = \langle x^{-1}y \rangle$

د. اگر $G = \langle x \rangle$ آنگاه

۴. فرض کنید G گروه دوری یک غیر بدیهی از مرتبه n باشد. کدام گزینه صحیح است؟

الف. $G \cong Z$

ب. G دارای حداقل یک زیر گروه غیر دوری است.

ج. $Z(G) = \{e\}$

د. اگر عدد صحیح m, n را تقسیم کند G دارای زیر گروهی از مرتبه m است.

۵. تعداد مولدهای گروه $(Z_{15}, +)$ برابر است با:

۱۲. د

۱. ج

۲. ب

۸. الف.

۶. در عبارات زیر کدام گروه دوری است؟

الف. $Z_{10} \times Z_7 \times Z_{15}$

ب. $Z_6 \times Z_{14}$

ج. $Z_4 \times Z_9 \times Z_{20}$

د. $Z_{36} \times Z_{25}$

۷. جایگشت $f = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ را در نظر بگیرید. کدام عبارت صحیح است؟

الف. f یک جایگشت زوج و $o(f) = 5$

ب. f یک جایگشت فرد و $o(f) = 5$

ج. f یک جایگشت زوج و $o(f) = 4$

د. f یک جایگشت فرد و $o(f) = 4$

مجاز است.

استفاده از:

۸. در مورد زیرگروه $\langle 2 \rangle = H$ از گروه $(Z_{12}, +)$ کدام گزینه صحیح است؟

الف. $H = K = \langle 3 \rangle$ آنگاه

د. H شامل زیرگروهی از مرتبه ۴ می باشد.

الف. H در Z_{12} نرمال است.

ج. H سه زیرگروه متمایز دارد.

۹. رتبه گروه $\frac{Z_4 \times Z_6}{\langle (2,1) \rangle}$ برابر است با:

۱۲.۵

۴. ج

۶. ب

۲۴. الف

۱۰. گروه G یک گروه از مرتبه ۱۸ است. کدام گزینه صحیح است؟

الف. گروه G با $Z_6 \times Z_3$ یکسان است.

ب. گروه G با Z_{18} یکسان است.

ج. اگر گروه G آبلی باشد با Z_{18} یکسان است

۱۱. فرض کنید $H \rightarrow G$: همسانی باشد. در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

الف. اگر G آبلی باشد، آنگاه H آبلی است.

ب. اگر $\varphi(K) \triangleleft H$ آنگاه $K \triangleleft G$

ج. اگر φ همسانی پوشای دوری باشد، آنگاه H دوری است.

د. $\varphi(\ker(\varphi)) = G$ یک به یک است اگر و فقط اگر

۱۲. گروه جمعی $(Z, +)$ را در نظر بگیرید. در این صورت گروه $\frac{3Z}{3Z \cap 5Z}$ با کدام زیرگروه یکسان است؟

۱۵. Z

۱۵Z

۵Z

الف. Z_5

۱۳. اگر H, K دو زیرگروه از G باشند کدام گزینه صحیح است؟

الف. $(H \cup K) \leq G$

ب. اگر $(H \cap K) \triangleleft G$ آنگاه همواره

ج. اگر $\frac{K}{H} \triangleleft G$ آنگاه همواره

د. اگر $HK = KH$ آنگاه $K \Delta G$

۱۴. اگر H_1 و H_2 دو زیرگروه نرمال غیربدیهی از گروه G باشند، بطوریکه $H_1 \cap H_2 = \{e\}$ آنگاه کدام گزینه صحیح است؟

الف. $H_1 \times H_2 = \{e\}$

ب. $H_1 \times H_2 = H_1 H_2$

ج. $H_1 \times H_2 = H_2 \times H_1 = H_1$

د. $H_1 \times H_2 = Z(H_1 \times H_2)$

۱۵. اگر X یک مجموعه سه عضوی با مجموعه توانی $P(X)$ و Δ نماد تفاضل متقابن باشد، آنگاه تعداد مقسوم علیه های صفر حلقه $(P(X), \Delta, \cap)$ کدام است؟

۲.۵

۳. ج

۸. ب

۷. الف



زمان آزمون (دقیقه): تست: ۶۰ تشریحی: ۵

تعداد سؤالات: تست: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: جبرا ۱ - مبانی جبرا

رشته تحصیلی / گُد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۱۰۳۷ آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۳۷ ریاضیات و کاربردها علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۱۳۲۵

مجاز است.

استفاده از:

۱۶. قلمرو صحیح R یک میدان است هرگاه

الف. R متناهی باشد.

ب. R نامتناهی باشد.

ج. به ازای هر $a, b \in R$ ، اگر $0 \neq a \neq 0$ و $b \neq 0$ آنگاه

د. گروه جمعی R ، دوری باشد.

۱۷. کدام عبارت صحیح است؟

الف. $6Z$ زیرحلقه $(Z, +, \cdot)$ است.

ج. $\{0\}$ ایده آل ماکسیمال $(Z, +, \cdot)$ است.

۱۸. فرض کنیم R یک حلقه جابجایی و I, J دو ایده آل آن باشند در این صورت کدام گزینه همواره برقرار است؟

الف. $I + J \subseteq IJ$

ب. $IJ \subseteq I \cap J$.

ج. $I \subseteq IJ$.

د. $J \subseteq I \cap J$.

۱۹. کدام گزینه مشخصه یک میدان متناهی است؟

۶.۵

۲۵. ج

۳. ب

الف. ۱۰

۲۰. تعداد همسانی های غیرصفر از $(Z, +, \cdot)$ به خودش برابر است با:

د. بی نهایت.

۲. ج

۱. ب

الف. صفر

سوالات تشریحی

بازم هر سوال ۲ نمره می باشد.

۱. الف: قضیه لاگرانژ را بیان و ثابت کنید.

ب. فرض کنید H, K زیرگروههایی متناهی از گروه G باشند به طوریکه $|H| = |K| = 1$ ثابت کنید $\{e\} = H \cap K$

۲. نشان دهید هر گروه دلخواه G با زیرگروهی از S_G (گروه متقارن روی G) یکسان است.

۳. فرض کنید H یک زیرگروه G است به طوریکه $[G:H] = 2$. ثابت کنید H در G نرمال است.

۴. الف. فرض کنید T, R دو حلقه و $\varphi: R \rightarrow T$ یک همسانی پوشان باشد. نشان دهید $\frac{R}{\ker \varphi} = T$

ب. اگردر حالت (الف) T, R دو قلمرو صحیح باشند، ثابت کنید $\ker \varphi$ ایده ال اول حلقه R است.

۵. نشان دهید که عضو a در (Z_n, \oplus, \odot) یکه است اگر و فقط اگر $1 = (a, n)$.