WWW.20FILE.ORG

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ | زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: جبرخطی عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: علوم کامپیوتر (سنتی –تجمیع)۱۱۱۱۱۰۵

--

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. کدام گزینه نادرست است؟ (A ماتریسی $n\times n$ است)

الف. اگر A حاصلضرب ماتریس‌های مقدماتی باشد، آنگاه: A معکوس‌پذیر است

ب. اگر $|\lambda|<1$ (λ یک مقدار ویژه A است) آنگاه: A وارون‌پذیر است

ج. اگر A معین مثبت باشد، آنگاه A معکوس‌پذیر است

د. اگر $AX=0$ دارای جواب منحصربفرد $X=0$ آنگاه: A معکوس‌پذیر است

۲. فرض کنید $X=\begin{bmatrix}-3\\1\\2\\-1\end{bmatrix}$ مطلوبست $\|X\|_1-\|X\|_2\times\|X\|_\infty$

الف. $7-2\sqrt{15}$ ب. $1-3\sqrt{15}$ ج. $7-3\sqrt{15}$ د. $1-2\sqrt{15}$

۳. کدام گزاره صحیح است؟ (I,B,A ماتریس‌هایی $n\times n$ می‌باشند)

الف. اگر $\|AB-I\|<1$ آنگاه: $\|BA-I\|<1$

ب. $\|B\|<\|A\|=1$ آنگاه: $A-B$ معکوس‌پذیر است

ج. اگر A معکوس‌پذیر باشد آنگاه برای هر B؛ $\left\|B-A^{-1}\right\|\geq\frac{\|I-AB\|}{\|A\|}$

د. همه موارد

۴. اگر $\|I-AB\|<1$ آنگاه کدامیک نادرست است؟ (I,B,A ماتریس‌هایی $n\times n$ می‌باشند)

الف. $A^{-1}=B\sum_{k=0}^{\infty}(I-AB)^k$ ب. $B^{-1}=\sum_{k=0}^{\infty}(I-AB)^k.A$

ج. $A^{-1}B^{-1}=\sum_{k=0}^{\infty}(I-AB)^k$ د. $B^{-1}A^{-1}=\sum_{k=0}^{\infty}(I-AB)^K$

۵. کدام گزینه نادرست است؟

الف. هر ماتریس مربعی با یک ماتریس قطری متشابه است

ب. ماتریس‌های متشابه دارای مقادیر ویژه یکسانی هستند

ج. مقادیر ویژه ماتریس‌های بالا مثلثی، عناصر روی قطر اصلی آنهاست

د. مقادیر ویژه ماتریس‌های پایین مثلثی، عناصر روی قطر اصلی آنهاست

WWW.20FILE.ORG

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ | زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: جبرخطی عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: علوم کامپیوتر (سنتی –تجمیع)۱۱۱۱۱۰۵

--

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۶. کدامیک از ماتریس‌های زیر مقدماتی نیست؟

الف. $\begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۱ & ۱ \end{bmatrix}$ ب. $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix}$ ج. $\begin{bmatrix} ۴ & ۱ \\ ۳ & ۱ \end{bmatrix}$ د. $\begin{bmatrix} ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ \end{bmatrix}$

۷. کدام گزینه صحیح است؟ $(A_{m\times n})$

الف. A^*A ماتریس هرمیتی است

ب. A^*A دارای مقادیر ویژه نامنفی است

ج. A^*A نیمه معین مثبت است

د. تمام موارد صحیح است

۸. اگر برای بدست آوردن تجزیه LU ماتریس A از روش محورگیری کامل استفاده کنیم، در گام اول عنصر محوری کدام است؟

$$A=\begin{bmatrix} ۴ & ۶ & ۲ & ۱ \\ ۱۲ & -۸ & ۴ & ۱۰ \\ ۱ & ۱۱ & -۱۳ & ۱۵ \\ ۸ & ۷ & ۶ & ۱۸ \end{bmatrix}$$

الف. ۶ ب. ۴ ج. ۱۸ د. ۱۲

۹. فرض کنید $A=\begin{bmatrix} ۱ & ۰ & -۱ \\ ۱ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۱ & ۰ \end{bmatrix}$ مطلوبست $\|A\|_\infty+\|A\|_F$

الف. ۲ ب. ۲- ج. ۴ د. ۴-

۱۰. کدام عبارت نادرست است؟

الف. $\|x\|_۲\le\|x\|_۱$ ب. $\|x\|_۱\le n\|x\|_\infty$

ج. $\|x\|_\infty\le\|x\|_۱$ د. $\sqrt{n}\,\|x\|_\infty\le\|x\|_۲$

WWW.20FILE.ORG

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ | زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: جبرخطی عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: علوم کامپیوتر (سنتی –تجمیع)۱۱۱۱۱۰۵

--

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۱. کدام گزاره نادرست است؟(A,B ماتریسهای $n\times n$ می باشند)

الف. اگر همه n کهاد اصلی پیشرو A نامنفرد باشد آنگاه: A یک تجزیه منحصر به فرد LU دارد

ب. روی حذفی گوس بدون محورگیری، اکیداً غالب قطری بودن ماتریس را حفظ می‌کند

ج. اگر $\|A\|<1$ آنگاه: $I-A$ معکوس پذیر است

د. اگر $\|I-AB\|<1$ آنگاه: A,B معکوس پذیرند

۱۲. کدام گزاره صحیح است؟ (A ماتریس $n\times n$ می‌باشد)

الف. اگر λ یک مقدار ویژه A باشد آنگاه: $P_n(\lambda)$ یک مقدار ویژه $P_n(A)$ است. (P_n یک چند جمله‌ای است)

ب. اگر $\lambda=0$ یک مقدار ویژه A باشد آنگاه: $\rho_n(A)<1$

ج. اگر $\rho(A)<1$ آنگاه $0<$ مقادیر ویژه A در بازه $[0,1]$ می‌باشند

د. $\rho(AA^T)=\|A\|_2$

۱۳. با استفاده از نرم ماتریسی $\|.\|_\infty$ عدد وضعیت $A=\begin{bmatrix}8 & 7\\ 10 & 9\end{bmatrix}$ را محاسبه کنید.

الف. ۱۹ ب. ۳۸ ج. ۱۷۱ د. ۳۴۲

۱۴. فرض کنید $X^{(k+1)}=Gx^{(k)}+C$ دنباله همگرا به جواب واقعی $Ax=b$ در روش ژاکوبی می‌باشد G کدام است؟

الف. $-(L+U)D^{-1}$ ب. $D^{-1}(L+U)$

ج. $-(L+D)^{-1}U$ د. هیچکدام

(L,D,U به ترتیب ماتریسهای قطری ، پایین مثلثی اکید و بالا مثلثی اکید حاصل از $A_{2\times2}$ است)

۱۵. کدام گزینه نادرست است؟ $A_{n\times n},\ \lambda\in R,\ \lambda\neq0$

الف. $\|\lambda A\|=|\lambda|\|A\|$ ب. $\|AB\|\le\|A\|\|B\|$

ج. $\|A+B\|\le\|A\|+\|B\|$ د. $k(\lambda A)=\lambda k(A)$

۱۶. کدامیک از مجموعه‌های زیر یک پایه برای R^3 است؟

الف. $\{(6,3,1),(2,1,0),(7,3,1)\}$ ب. $\{(1,3,4),(-1,-3,-4),(1,-9,-2)\}$

ج. $\{(0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}$ د. $\{(1,2,3),(4,2,1)\}$

WWW.20FILE.ORG

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ | زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: جبرخطی عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: علوم کامپیوتر (سنتی –تجمیع)۱۱۱۱۱۰۵

--

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۷. کدامیک از ماتریس‌های زیر به ازای هر بردار اولیه‌ای در روش گاوس- سایدل همگراست؟

الف. $\begin{bmatrix} ۳ & -۱ & -۲ \\ -۱ & ۴ & ۳ \\ -۲ & ۳ & ۵ \end{bmatrix}$

ب. $\begin{bmatrix} -۷ & ۰ & ۲ \\ -۳ & -۶ & ۱ \\ ۰ & ۱ & ۵ \end{bmatrix}$

ج. $\begin{bmatrix} ۱ & ۲ & ۳ & ۴ \\ ۲ & ۱ & ۴ & ۳ \\ ۳ & ۲ & ۱ & ۴ \\ ۴ & ۳ & ۲ & ۱ \end{bmatrix}$

د. $\begin{bmatrix} ۱ & -۲ & -۳ \\ -۱ & ۲ & -۴ \\ -۵ & -۲ & ۷ \end{bmatrix}$

۱۸. باتوجه به قرص‌های گرشگورین مقادیر ویژه ماتریس A در کدام نامساوی زیر صدق می‌کند؟

$$A=\begin{bmatrix} -۱+i & ۰ & \frac{۱}{۴} \\ \frac{۱}{۴} & ۱ & \frac{۱}{۴} \\ ۱ & ۱ & ۳ \end{bmatrix}$$

الف. $\frac{۱}{۴} \le |\lambda| \le ۳$ ب. $\frac{۱}{۲} \le |\lambda| \le ۵$ ج. $\frac{۱}{۲} < \lambda < ۵$ د. $۰ < |\lambda| < \frac{۱}{۴}$

۱۹. کدامیک از خواص زیر، جزء خواص فضای ضرب داخلی می‌باشد؟

الف. $< x, y >= - < y, x >$

ب. $< x, y >= - < \overline{y, x} >$

ج. $< \alpha x + \beta y, z >= \alpha < x, z > + \beta < y, z >$

د. $< \alpha x + \beta y, z >= \alpha < x, z > - \beta < y, z >$

WWW.20FILE.ORG

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ | زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: جبرخطی عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: علوم کامپیوتر (سنتی –تجمیع)۱۱۱۱۱۰۵

--

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۲۰. قضیه شور عبارتند از:

الف. ماتریس‌های مشابه مقادیر ویژه یکسان دارند

ب. مقادیر ویژه‌های یک ماتریس قطری عناصر روی قطر آنهاست

ج. هر ماتریس هرمیتی به طور یکانی مشابه یک ماتریس متعامد است

د. هر ماتریس مربعی به طور یکانی مشابه یک ماتریس مثلثی است

سئوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره

۱. دستگاه زیر را به روش گوس- سایدل با بردار اولیه $x^{(0)} = (0,0,0)^T$ حل کنید. ($x^{(2)}$ را بدست آورید.)

$$\begin{bmatrix} ۲ & -۱ & ۰ \\ ۱ & ۶ & -۲ \\ ۴ & -۳ & ۸ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_۱ \\ x_۲ \\ x_۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۴ \\ ۵ \end{bmatrix}$$

۲. تجزیه دولیتل و کرات ماتریس زیر را بیابید.

$$A = \begin{bmatrix} ۶۰ & ۳۰ & ۲۰ \\ ۳ & ۲۰ & ۱۵ \\ ۲۰ & ۱۵ & ۱۲ \end{bmatrix}$$

۳. نشان دهید اگر $\|.\|$ نرمی در R^n باشد آنگاه رابطه $\|A\| = Sup\{\|AU\|, U \in R^n, \|U\| = ۱\}$ یک نرم بر روی فضای خطی همه ماتریس‌های $n \times n$ تعریف می‌کند.

۴. روش توانی را تا دو مرحله بر روی ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۶ & ۵ & -۵ \\ ۲ & ۶ & -۲ \\ ۲ & ۵ & -۱ \end{bmatrix}$ با فرض بردار اولیه $x = (-۱,۱,۱)^T$ برای تعیین مقدار ویژه غالب A بکار ببرید. (چهار تکرار کافی است.)

WWW.20FILE.ORG

تعداد سؤالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵ | زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۵۰ تشریحی: ۸۰

نام درس: جبرخطی عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: علوم کامپیوتر (سنتی –تجمیع)۱۱۱۱۱۰۵

--

استفاده از:ماشین حساب مجاز است.

۵. یک تجزیه مقدار تکین ماتریس زیر را بیابید.

$$\begin{bmatrix} ۰ & -۱/۶ & ۰/۶ \\ ۰ & ۱/۲ & ۰/۸ \\ ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۰ \end{bmatrix}$$