

مجاز است.

استفاده از:

۱. اثر ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 7 \\ 2 & 3 & 6 \\ 9 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  کدامست؟

د. ۴

ج. ۶

ب. ۹

الف. ۲۴

۲. کدامیک از ماتریسهای زیر هرمیتی است؟

ب.  $\begin{bmatrix} 2 - 3i & 4 \\ 5 & 2 + 3i \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} 4 & 5 - i \\ 5 + i & 6 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} 2 & i \\ 3 & -i \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 2i & 3i \\ -3i & -2i \end{bmatrix}$

۳. اگر  $A$  ماتریس مربعی باشد، آنگاهب.  $A - A^t$  پاد متقارن است.الف.  $A - A^t$  متقارن است.د.  $A - A^t$  معکوس پذیر است.ج.  $A - A^t$  هرمیتی است.

۴. اگر  $\begin{bmatrix} 2x & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -7 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  در آن صورت  $x$  کدامست؟

د. ۲

ج. -۲

ب. ۱

الف. -۱

۵. اگر  $A$  ماتریس مربعی  $n \times n$  پاد متقارن باشد، در آن صورتالف. اگر  $n$  فرد باشد،  $A$  معکوس ناپذیر است.ب. اگر  $n$  زوج باشد،  $A$  معکوس پذیر است.ج. اگر  $n$  فرد باشد،  $A$  معکوس پذیر است.د. اگر  $n$  زوج باشد،  $A$  معکوس ناپذیر است.

مجاز است.

استفاده از:

۶. کدامیک از نکاشتهای زیر یک تبدیل خطی است؟

الف.  $T(x, y, z) = (x^2, y + 1, z)$  با ضابطه  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

ب.  $T(x, y, z) = (\sin x, y, z)$  با ضابطه  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

ج.  $T(x, y, z) = (x + y, y + z, x + z)$  با ضابطه  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

د.  $T(x, y, z) = (xy, yz, z)$  با ضابطه  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

۷. دوران یافته نقطه  $\begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$  به اندازه  $\frac{\pi}{2}$  کدامست؟

د.  $\begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 1 \\ 4 \end{bmatrix}$

ب.  $\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$

۸. کدامیک از مجموعه های زیر، زیر فضای  $\mathbb{R}^3$  است؟

الف.  $\{(x + 1, y, z) | x, y, z \in \mathbb{R}\}$

ب.  $\{(x + y, x - y, z) | x, y, z \in \mathbb{R}\}$

ج.  $\{(x, y^2, x^3) | x, y \in \mathbb{R}\}$

د.  $\{(x, xy, yz) | x, y, z \in \mathbb{R}\}$

۹. چند باشد تا  $\{(2, t), (2t + 6, 4t)\}$  وابسته خطی باشد؟

ب. ۰ و -۷

الف. ۰ و ۲

د. همواره مستقل خطی است.

ج. ۲ و -۷

مجاز است.

استفاده از:

۱۰. پایه ای برای فضای سطیری ماتریس زیر کدام است؟

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

ب.  $\{(1, 0, -2), (1, 0, 7)\}$ الف.  $\{(0, 1, -2), (0, 1, 7)\}$ د.  $\{(-2, 0, 1), (0, 1, 7)\}$ ج.  $\{(0, 1, -2), (1, 0, 7)\}$ ۱۱. کدامیک از گزینه های زیر پایه  $P_3$  نمی باشد؟ب.  $\{1, 2 + x, 3 + x^2\}$ الف.  $\{2, 3x, 5x^2\}$ د.  $\{1 + x, 2 + 2x, 2 - x^2\}$ ج.  $\{1 - x, 1 + x, 1 + x + x^2\}$ ۱۲. رتبه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & 8 \end{bmatrix}$  کدامست؟

د. صفر

ج. ۳

ب. ۲

الف. ۱

۱۳.  $a$  چقدر باشد تا بردار  $(0, a, \frac{-3}{5})$  یک بردار یکه باشد؟ب.  $\frac{\pm 3}{5}$ الف.  $\frac{\pm 4}{5}$ د.  $\frac{\pm 1}{5}$ ج.  $\frac{\pm 2}{5}$ ۱۴. تصویر  $(6, 7) = u$  روی بردار  $(1, 4)$  کدامست؟ب.  $(-2, 8)$ الف.  $(2, -8)$ د.  $(-2, -8)$ ج.  $(2, 8)$

مجاز است.

استفاده از:

۱۵. مجموع مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 8 \end{bmatrix}$  کدامست؟

د. ۴۰

ج. ۱۴

ب. ۸

الف. ۵

۱۶. اگر  $A$  و  $B$  ماتریس‌های مربعی  $n \times n$  و صفر مقدار ویژه  $AB$  باشد، در آن صورت کدامگزینه نادرست می‌باشد.ب.  $A$  یا  $B$  منفرد است.الف.  $AB$  منفرد است.د.  $BA$  منفرد است.ج.  $A, B$  منفرد است.

۱۷. شبه معکوس ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  کدامست؟

ب.  $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 10 & 2 \\ -1 & 5 & 6 \end{bmatrix}$

الف.  $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & -10 & 6 \\ 1 & 5 & 2 \end{bmatrix}$

د.  $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} -10 & 5 & 6 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

ج.  $\frac{1}{25} \begin{bmatrix} 3 & 10 & 5 \\ -1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$

۱۸. عملکر خطی  $(y) T(x, y) = (2x, x + y)$  را در نظر بگیرید. ماتریس  $T$  با در نظر گرفتن پایهکدامست؟  $B = \{(-2, 3), (1, -1)\}$ 

ب.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -10 & 6 \end{bmatrix}$

۱۹. با فرض  $\dim \ker T, T(x, y, z) = (x, 2x, y - z)$  کدامست؟

د. ۳

ج. ۲

ب. ۱

الف. صفر

مجاز است.

استفاده از:

۲۰. نرم تابع  $f(x) = 5x^2 + 1$  با تعریف ضرب داخلی زیر کدامست؟

$$\langle f, g \rangle \geq \int_0^1 f \cdot g \, dx$$

الف.  $\sqrt{\frac{13}{4}}$       ب.  $\sqrt{\frac{18}{7}}$

ج.  $\sqrt{\frac{21}{5}}$       د.  $\sqrt{\frac{28}{3}}$

## سؤالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره

۱. اگر  $u$  و  $v$  دو بردار در  $R^n$  باشند آنگاه

$$|u \cdot v| \leq \|u\| \|v\|$$

۲. نشان دهید یک مجموعه یکه متعامد (از بردارهای غیر صفر) در یک فضای برداری مستقل خطی است.

۳. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$  را بیابید.

۴. معادله تفاضلی  $a_n = 2a_{n-1} + 3a_{n-2}$  را برای  $n = 3, 4, 5, \dots$  با شروط اولیه  $a_1 = 0$  و  $a_2 = 1$  حل کنید.

مجاز است.

استفاده از:

۵. تبدیل خطی  $T: R^3 \rightarrow R^3$  تعریف شده توسط  $(x, y, z) = (x + y, 2z, z)$  را در

نظر بگیرید. قرار دهید:

$u_1 = (1, 1, 0)$

$u'_1 = (1, 0)$

$u_2 = (0, 1, 1)$

$u'_2 = (2, 0)$

$u_3 = (1, 2, 1)$

ماتریس  $T$  را نسبت به پایه‌های  $\{u_1, u_2, u_3\}$  و  $\{u'_1, u'_2, u'_3\}$  از  $R^3$  به  $R^3$  پیدا کنید. سپس تصویر بردار $u = (2, 3, 5)$  را بیابید.