

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱- تابع توزیع توام (X, Y) به صورت زیر است.

$$f(X, Y) = \begin{cases} (1 - e^{-x^p})(1 - e^{-y}) & x, y > 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

مقدار $P(X < 2, Y < 4)$ کدام است؟

- ۰/۹۶ .۱ ۰/۱۵ .۳ ۰/۰۹ .۲ ۰/۷۶ .۴

۲- تابع چگالی حاشیه ای X کدام است؟

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{3}{4}(x+y) & 0 < x, y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- ۰.۱ $f_x(x) = \frac{3}{4}(1-x)^2, 0 < x < 1$ ۰.۲ $f_x(x) = \frac{3}{4}(1-x^p), 0 < x < 1$
- ۰.۳ $f_x(x) = \frac{3}{4}(1-x^p), 0 < x < 1$ ۰.۴ $f_x(x) = \frac{3}{4}(x + \frac{1}{p}), 0 < x < 1$

۳- تابع چگالی توام (X, Y) به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \begin{cases} k & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

مقدار k کدام است؟

- ۰/۱۵ .۱ ۱ .۲ ۲ .۳ ۰/۷۵ .۴

۴- تابع چگالی توام (X, Y) به صورت $f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x \leq y \leq 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$ است. مقدار $E(X|Y=y)$ چقدر است؟

- ۰.۱ $\frac{y}{2}$ ۰.۲ $\frac{1}{y}$ ۰.۳ $\frac{1}{2y}$ ۰.۴ y

۵- اگر طول عمر یک نوع لامپ دستگاهی دارای توزیع نمایی با میانگین عمر ۵ روز باشد. پس از سوختن این لامپ، لامپی

همانند جایگزین می شود احتمال این که در مدت ۲۰۰ روز بیش از ۴۰ لامپ مورد نیاز باشد چقدر است؟

- ۰.۱ $\frac{2}{3}$ ۰.۲ $\frac{1}{2}$ ۰.۳ $\frac{1}{3}$ ۰.۴ $\frac{1}{4}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۶- کدام عبارت در مورد قانون قوی اعداد بزرگ صحیح است؟

۱. با احتمال ۱، به ازای یک مقدار مثبت \mathcal{E} ، $\left| \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} - \mu \right|$ به تعداد نامتناهی از دفعات بزرگتر از \mathcal{E} است

۲. برای مقدار ثابت n ، با احتمال زیاد $\left| \sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \right|$ به μ نزدیک می شود

۳. وقتی $n \rightarrow \infty$ با احتمال ۱ به ازای μ نامتناهی داریم $\sum_{i=1}^n \frac{X_i}{n} \rightarrow \mu$

۴. متوسط دنباله ای از متغیرهای تصادفی مستقل هم توزیع، با احتمال ۱، به میانگین توزیع مشترک می گراید.

۷- اگر X_1, \dots, X_5 متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع یکسان نمایی با پارامتر λ باشند. $p(\text{Min}(x_i) \leq a)$ چقدر است؟

۱. $1 - e^{-5\lambda a}$ ۲. $e^{-5\lambda a}$ ۳. $(1 - e^{-\lambda a})^5$ ۴. $1 - e^{-\lambda a}$

۸- $E[X \ E(Y|X)]$ برابر است با:

۱. $E(x)E(y)$ ۲. $E(xy)$ ۳. $E(x)E(y|x)$ ۴. $E(x)$

۹- اگر $(X|Y \sim p(Y))$ و $Y \sim p(1)$ آنگاه $E(X)$ کدام است؟

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. $\frac{3}{2}$ ۳. $\frac{2}{3}$ ۴. ۱

۱۰- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن باشند وقتی که $n \rightarrow \infty$ توزیع W به سمت چه توزیعی میل می کند؟

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i \quad \left(w = \frac{Y - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}} \right)$$

۱. $N(0, 1)$ ۲. $U(0, 1)$ ۳. $B(y, \frac{1}{2})$ ۴. $P_o(n\lambda)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱۱- اگر X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل با توزیع $u(\cdot, \theta)$ باشند. چگالی $Y_n = \max(X_i)$ کدام است؟

۱. $n\left(\frac{y}{\theta}\right)^{n-1}$ ۲. $n\frac{1}{\theta}\left(1-\frac{y}{\theta}\right)^{n-1}$ ۳. $n\left(1-\frac{y^{n-1}}{\theta^n}\right)$ ۴. $(n-1)\left(\frac{y}{\theta}\right)^n$

۱۲- تابع مولد گشتاورهای (X, Y) برابر $\exp\left[\frac{(t_1^2 + t_2^2)}{2}\right]$ است. توزیع Y کدام است؟

۱. $N(0, 1)$ ۲. $N(1, 1)$ ۳. مربع کای ۴. تی استودنت

۱۳- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $x = 1, 2, 3, \dots$ باشد در این صورت تابع چگالی

$y = (-1)^x$ کدام است؟

۱. $f_y(1) = \frac{1}{2}, y = 0, 1$ ۲. $f_y(1) = \frac{1}{3}, f_y(-1) = \frac{2}{3}$

۳. $f_y(y) = \left(\frac{1}{2}\right)^{Lny}, y = 1, 2, 3$ ۴. $f_y(y) = -Lny, 0 < y < 1$

۱۴- اگر X یک متغیر تصادفی نامنفی با تابع چگالی f باشد تابع چگالی e^{-x} کدام است؟

۱. $\frac{f(Lnx)}{x}$ ۲. $\frac{f(xLnx)}{x}$ ۳. $\frac{f(x)}{x}$ ۴. $\frac{f(-Lnx)}{x}$

۱۵- متغیر تصادفی X دارای توزیع یکنواخت در فاصله $(0, a)$ است. اگر $Y = a + (b-a)X$ باشد که a, b ثابتهای دلخواهند. کدام رابطه صحیح است؟

۱. Y دارای توزیع یکنواخت در (a, b) است ۲. X و Y میانگین های مساوی دارند

۳. X و Y توزیع های یکسان دارند ۴. X و Y مستقل هستند

۱۶- اگر $(Y \sim P(2), X \sim P(1))$ دو متغیر تصادفی مستقل از هم باشند مقدار $P\left(\frac{X+Y}{2} \geq 1\right)$ کدام است؟

۱. $1 - 4e^{-3}$ ۲. $4e^{-3}$ ۳. e^{-3} ۴. $1 - e^{-3}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۱۷- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع چگالی احتمال $f(x) = \theta x^{\theta-1}$ باشد. آنگاه میانگین و واریانس $Y = -\ln x$ (به ترتیب از راست به چپ) کدام است؟

۱. θ^2, θ ۲. $\frac{1}{\theta}, \frac{1}{\theta^2}$ ۳. $\frac{1}{\theta^2}, \frac{1}{\theta}$ ۴. θ, θ^2

۱۸- اگر X_1, X_2, \dots, X_{10} متغیرهای تصادفی مستقل و دارای توزیع پواسن باشند آنگاه توزیع شرطی X_1 به شرط معلوم بودن $Y = \sum_{i=1}^{10} X_i$ کدام است؟

۱. هندسی با پارامتر $\frac{1}{10}$ ۲. پواسن با پارامتر $\frac{1}{10}$

۳. دوجمله ای منفی با پارامترهای ۱۰ و $\frac{1}{10}$ ۴. دوجمله ای با پارامترهای Y و $\frac{1}{10}$

۱۹- فرض کنید، $x \sim Bin(6, \frac{1}{2})$ و $x \sim Bin(4, \frac{1}{2})$ و مستقل باشند. امیدریاضی $Z = X - Y + 2$ کدام است؟

۱. ۳ ۲. ۲ ۳. ۱ ۴. ۷

۲۰- تاس نامتقارنی را که احتمال آمدن عدد i با آن متناسب با i است ۱۰ بار می اندازیم. اگر $X_i; i = 1, 2, \dots, 6$ تعداد دفعاتی را نشان دهد که عدد i بر روی تاس ها ظاهر شده باشد. احتمال این که چهار بار ۲، پنج بار ۳ و یک بار ۵ بیاید چقدر است؟

۱. $1260 \left(\frac{4}{21}\right)^2 \left(\frac{5}{21}\right)^3 \left(\frac{1}{21}\right)^5$ ۲. $1260 \left(\frac{2}{21}\right)^4 \left(\frac{3}{21}\right)^5 \left(\frac{5}{21}\right)$

۳. $10! \left(\frac{4}{21}\right)^3 \left(\frac{5}{21}\right)^3$ ۴. $10! \left(\frac{4}{21}\right)^3 \left(\frac{5}{21}\right)^2 \left(\frac{3}{21}\right)^5$

۲۱- عددی به تصادف از بازه (۰،۱) انتخاب می کنیم و آن را با X نشان می دهیم. اگر $X=x$ سکه ای را که احتمال آمدن شیر با آن برابر x است، n بار می اندازیم. احتمال این که k بار شیر بیاید چقدر است؟

۱. $\frac{k}{n}$ ۲. $\frac{n}{n+1}$ ۳. $\frac{1}{n+1}$ ۴. $\frac{nk}{n+1}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

۲۲- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال استاندارد باشد. توزیع $Y = x^2$ کدام است؟

۱. $\Gamma\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ ۲. $x^2(2)$ ۳. $N(0, 1)$ ۴. $E\left(\frac{1}{2}\right)$

۲۳- اگر متغیر تصادفی X دارای تابع مولد گشتاور $M_x(t) = e^{t+t^2}$ باشد. توزیع $Y = 3X$ کدام است؟

۱. $N(1, 2)$ ۲. $\Gamma(3, 3)$ ۳. $\Gamma\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$ ۴. $N(3, 18)$

۲۴- اگر متغیرهای تصادفی X و Y دارای تابع چگالی توأم زیر باشند $COV(X, Y)$ چقدر است؟

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{x} e^{-2x} & 0 < x < y \leq x \\ 0 & \text{Otherwhere} \end{cases}$$

۱. $\frac{1}{4}$ ۲. $\frac{1}{2}$ ۳. $\frac{1}{8}$ ۴. 1

تعداد سوالات: تستی: ۲۴ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال ۲

رشته تحصیلی/کد درس: آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۴

سوالات تشریحی

۱- قضیه حد مرکزی را بیان کنید.

۱.۴۰ نمره

۲-

فرض کنید X و Y متغیرهای تصادفی مستقل باشند بطوری که X دارای توزیع دو جمله ای با پارامترهای ۳ و $\frac{1}{3}$

۱.۴۰ نمره

و Y دارای توزیع دو جمله ای با پارامترهای ۲ و $\frac{1}{2}$ باشد. $p(x=y)$ را بیابید.

۳- اگر (X, Y) دارای تابع چگالی شرطی $f_{Y|X}(y|x) = I_{(xx+1)}(y)$ باشد و داشته باشیم

۱.۴۰ نمره

$f_X(x) = I_{(0,1)}(x)$ ، در این صورت $P(X+Y < 1)$ را بیابید.

۴- اگر X, Y متغیرهای تصادفی پیوسته با تابع چگالی توام $f_{X,Y}$ باشند و $Z=X+Y$ نشان دهید.

۱.۴۰ نمره

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_{X,Y}(x, z-x) dx$$

۵- اگر $(X, Y) \sim I_{(0,\infty)}(X) I_{(0,\infty)}(Y)$ چگالی توام $f_{X,Y}(x,y) = e^{-(x+y)}$ و $X+Y$ را بیابید.

۱.۴۰ نمره