

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- برای دو متغیر تصادفی X, Y داریم:

۱. کوواریانس به مبداء اندازه گیری X, Y بستگی دارد.
۲. کوواریانس به واحد اندازه گیری X, Y بستگی ندارد.
۳. کوواریانس به مبداء اندازه گیری X, Y بستگی ندارد ولی به واحد اندازه گیری X, Y بستگی دارد.
۴. کوواریانس به مبداء و واحد اندازه گیری X, Y بستگی دارد.

۲- فرض کنید $y = -3x + 3$ ضریب همبستگی X, Y کدام است؟

۱. -۱
۲. صفر
۳. $\frac{1}{3}$
۴. ۳

۳- فرض کنید $\rho(x, y) = 0$ در این صورت داریم

۱. برآورد ضریب همبستگی (r) نیز صفر میشود.
۲. برآورد ضریب همبستگی (r) قابل محاسبه نیست.
۳. برآورد ضریب همبستگی (r) متغیر تصادفی است و می تواند صفر نشود.
۴. برآورد ضریب همبستگی (r) مخالف صفر می شود.

۴- هرگاه داشته باشیم $\sigma_x^2 = 1, \rho = \frac{1}{3}, \sigma_y^2 = 9, \mu_y = 2, \mu_x = 0$ بهترین تابع پیش بینی کننده خطی کدام است؟

۱. $\ell(x) = 1 + x$
۲. $\ell(x) = 2 + x$
۳. $\ell(x) = 3 + x$
۴. $\ell(x) = x$

۵- متغیر تصادفی X دارای میانگین μ و واریانس σ^2 می باشد، تابع $h(a) = E(|x - a|)$ موقعی مینیمم می شود که ...

۱. $a = \mu_x$
۲. $a = \mu_y$
۳. $a = \text{Median}(x)$
۴. $a = \text{Mod}(x)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

۶- آماره $\frac{R\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-R^2}}$ برای آزمون $H_0: \rho = 0$ تحت فرض نرمال دو متغیره بودن (x, y) , $n > 2$ از کدام توزیع پیروی می کند؟

۱. توزیع نرمال

۲. توزیع χ^2

۳. توزیع t با $n-1$ درجه آزادی

۴. توزیع t با $n-2$ درجه آزادی

۷- در مدل رگرسیونی $Y_i = a + bx_i + E_i$ ($i = 1, 2, \dots, n$) داریم که $(S_y^2 - \hat{b}^2 s_x^2)$ عبارت است از

۱. برآوردی ناریب برای σ^2

۲. برآوردی اریب برای σ^2

۳. برآورد گشتاوری برای σ^2

۴. برآورد حداکثر درست نمایی برای σ^2

۸- در یک مدل خطی ساده عبارت صحیح کدام است؟

۱. SSR, SSE می توانند مستقل نباشند.

۲. اگر $\frac{SSR}{SSE}$ نزدیک یک باشد، نشان دهنده رابطه ضعیف بین دو متغیر X, Y است.

۳. $\frac{SST}{\sigma^2} \cong X^2(n)$

۴. با فرض خطای نرمال SSR, SSE مستقل می باشند.

۹- برای بررسی نرمال بودن خطاها در یک مدل خطی رگرسیونی نمودار احتمال نرمال چگونه بدست می آید؟

۱. رسم نقاط $(\hat{e}_i, \Phi(\frac{i}{n}))$

۲. رسم نقاط $(\hat{e}_i, \Phi(\frac{i-0.5}{n}))$

۳. رسم نقاط $(\hat{e}_i, \Phi^{-1}(\frac{i-0.5}{n}))$

۴. رسم نقاط $(\hat{e}_i, \Phi^{-1}(\frac{i}{n}))$

۱۰- ماتریس متقارن A را چه زمانی نامنفی گویند؟

۱. هرگاه اگر A عدد نامنفی نداشته باشد

۲. هرگاه برای هر بردار $x \neq 0$ داشته باشیم $x'Ax > 0$

۳. هرگاه برای هر بردار x داشته باشیم $x'Ax \geq 0$

۴. هرگاه برای هر بردار x داشته باشیم $x'Ax > 0$ یا $x'Ax \geq 0$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۳

$$\begin{aligned} T_1 &= 2y_1 + y_2 + y_3 \\ T_2 &= y_1 - y_2 - y_3 \end{aligned}$$

فرض کنید

به طوری که

$$\begin{aligned} E(y_1) = E(y_2) = 1, & \quad E(y_3) = -1 \\ V(y_1) = V(y_2) = 1, & \quad V(y_3) = 0 \\ \text{cov}(y_1, y_2) = 0, & \quad \text{cov}(y_1, y_3) = 0, \quad \text{cov}(y_2, y_3) = +1 \end{aligned}$$

بردار میانگین برای $T = [T_1, T_2]'$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 1 & \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot 2 & \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot 3 & \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot 4 \end{aligned}$$

۱۲- با مراجعه به مسأله (۱۱) ماتریس کوواریانس T کدام است؟

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \cdot 1 & \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \cdot 2 & \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot 3 & \begin{bmatrix} 4 & +1 \\ +1 & 7 \end{bmatrix} \cdot 4 \end{aligned}$$

۱۳- هنگامی که x, y دو بردار تصادفی n بعدی مستقل باشند داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{x+y} &= \sum_x \sum_y \cdot 1 & \sum_{x+y} &= \sum_x + \sum_y \cdot 2 \\ \sum_{x+y} &= \underline{0} \cdot 3 & \sum_{x+y} &= \sum_x - \sum_y \cdot 4 \end{aligned}$$

۱۴- فرض کنید بردار $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \sim N(\mu, \Sigma)$ باشد. برای بردار y_1 به شرط داشتن بردار $Y_2 = y_2$ داریم:

$$\begin{aligned} E(Y_1 | y_2) &= \mu_1 + \sum_{1,2} \sum_{2,2}^{-1} \sum_{2,1} \cdot 1 & E(Y_1 | y_2) &= \mu_2 + \sum_{1,2} \sum_{2,2}^{-1} (y_2 - \mu_2) \cdot 2 \\ E(Y_1 | y_2) &= \mu_1 + \sum_{1,2} \sum_{2,2}^{-1} (y_2 - \mu_2) \cdot 3 & E(Y_1 | y_2) &= \mu_2 - \sum_{1,2} \sum_{2,1}^{-1} \sum_{2,1} \cdot 4 \end{aligned}$$

۱۵- در مدل خطی چندگانه $y = Xa + E$ یک برآورد ناریب برای σ^2 عبارت است از:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{E}_i^2 \cdot 1 & \frac{\|y - x\hat{a}\|^2}{n-1} \cdot 2 & \frac{\|y - x\hat{a}\|^2}{n} \cdot 3 & \frac{\|y - x\hat{a}\|^2}{n-k} \cdot 4 \end{aligned}$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمارریاضی ۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۳

۱۶- در مدل خطی چندگانه $y = Xa + E$ چه موقع $X'X$ وارون ندارد؟

۱. ستونهای X مستقل نباشد
۲. ستونهای X مستقل باشند
۳. ستونهای X پر رتبه ستونی نباشند
۴. ۱ و ۳ درست است.

۱۷- تابع $C'a = \sum_{i=1}^K c_i a_i$ برآورد پذیر است اگر

۱. یک برآورد نارایب داشته باشد
۲. یک برآورد با حداقل واریانس داشته باشد
۳. تابع خطی $t'y$ وجود داشته باشد که $E(t'y) = c'a$ برای هر a
۴. موارد ۱ و ۲

۱۸- فرض کنید برای سه متغیر X_1, X_2, X_3 داشته باشیم $\rho_{12} = 0.9, \rho_{13} = 0.5, \rho_{23} = 0.4$

حال مطلوب است: $\rho_{12|3}$

۱. ۰/۲۵
۲. ۰/۵
۳. صفر
۴. ۰/۳۵

۱۹- برای کاهش اثر هم خطی چه روشی را پیشنهاد می کنید؟

۱. استاندارد کردن متغیرها
۲. حذف دادههای دورافتاده
۳. رگرسیون ستیغی
۴. به کار بردن قضیه گوس-مارکف

۲۰- کاربرد تبدیل لوجیت کدام است؟

۱. تبدیل یک مدل خطی به مدل لوجستیک
۲. برآورد پارامترهای مدل لوجستیک
۳. ساده کردن مدل لوجستیک
۴. خطی کردن مدل لوجستیک

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- فرض کنید P فشار و V حجم یک نوع گاز باشد طبق قانون مربوط به گازها $PV^A = BE$ که $E > 0$ خطای ضربی می باشد.

با استفاده از داده های زیر B, A را برآورد کنید.

V	۵۰	۶۰	۷۰	۹۰	۱۰۰
P	۶۴/۷	۵۱/۳	۴۰/۵	۲۵/۹	۷/۸

مقدار P را برای $V=80$ به طور متوسط پیش بینی نماید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمارریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

نمره ۱.۴۰

۲- هرگاه رگرسیون Y روی X یک تابع خطی به صورت $a + bx$ باشد ثابت کنید:

$$E(Y | X) = \mu_2 + \rho \frac{\sigma_2}{\sigma_1} (X - \mu_1)$$

$$E(\text{Var}(y | x)) = \sigma_2^2 (1 - \rho^2)$$

نمره ۱.۴۰

۳- فرض کنید:

$$Y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} \approx N \left(\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right)$$

باشد. مطلوب است میانگین و ماتریس کوواریانس توزیع شرطی $x_{(1)} | x_{(2)}$ وقتی که $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

نمره ۱.۴۰

۴- مدل خطی زیر را در نظر بگیرید $y = a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_3 x_3 + E$ یافته‌های یک نمونه تصادفی $Y = (y_1, y_2, y_3, y_4)'$ با میانگین $\underline{\mu} = (\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4)'$ در جدول زیر داده شده است.

y	x_1	x_2	x_3
۰	۱	-۱	۰
۱	۰	۰	۱
-۱	۱	۰	۰
۲	۱	۱	۰

الف. مطلوب است برآورد \hat{y} .

ب. فرض $H_0: 3a_1 - 2a_2 - a_3 = 0$ را در سطح معنی داری $\alpha = 0.1$ آزمون کنید.

$$F_{0.1/9}(1/1) = 3.9/8.64$$

نمره ۱.۴۰

۵- ضریب همبستگی چندگانه و کاربرد آن را تعریف کنید.

هم خطی در مدل‌های رگرسیونی یعنی چه و برای کاهش آن چه روشی را پیشنهاد می‌کنید.