

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- فرض کنید $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6$ نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ است. مقدار $F_{0.5}(2.5)$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. $\frac{1}{3}$ ۳. $\frac{1}{9}$ ۴. $\frac{1}{6}$

۲- تعداد ۲۰ نمونه به طور تصادفی از توزیع نمایی با میانگین یک انتخاب می‌شود. به طور متوسط انتظار داریم که چند مورد بیشتر از یک باشند.

۱. $\frac{1}{2}$ ۲. ۵ ۳. $20e^{-1}$ ۴. $20e$

۳- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه‌ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه (a, b) هستند. در این صورت مقدار $E(Y_n - Y_j)$ که در آن Y_j آماره مرتب j ام نمونه است، با فرض اینکه n یک عدد فرد بزرگتر از ۳ و $j = (n-1)/2$ باشد، برابر است با:

۱. $\frac{b-a}{2}$ ۲. $\frac{1}{n+1}$ ۳. $\frac{a+b}{2}$ ۴. $\frac{n-j}{n+1}$

۴- فرض کنید Y_1, Y_2, \dots, Y_n آماره‌های ترتیبی متناظر با نمونه n تایی از توزیع یکنواخت بر بازه (a, b) باشند. آنگاه ضریب همبستگی بین Y و Y_n برابر است با:

۱. $\frac{1}{n}$ ۲. $-\frac{1}{n}$ ۳. $\frac{b-a}{12}$ ۴. صفر

۵- بر اساس یافته‌های ۰/۰۹، ۰/۲۹، ۰/۸۱ از توزیع یکنواخت بر بازه $(0, 1)$ ، یک نمونه ۳تایی از توزیع دو جمله‌ای با پارامترهای ۲ و ۰/۵ چیست؟

۱. $(0, 1, 2)$ ۲. $(1, 1, 0)$ ۳. $(0, 1, 1)$ ۴. $(1, 2, 2)$

۶- فرض کنید X_1, X_2, X_3 متغیرهای تصادفی مستقل و هم توزیع با تابع توزیع پیوسته $F(x)$ باشند. در این صورت مقدار $p(f(x_1) < f(x_2) > f(x_3))$ تقریباً برابر است با:

۱. ۰/۳۳ ۲. ۰/۵۰ ۳. ۰/۱۷ ۴. قابل محاسبه نیست

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

۷- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع نمایی با میانگین ۱ هستند. در این صورت
 $Y_1 = \min\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ با کدام یک از متغیرهای زیر هم توزیع است؟

۱. x_1 ۲. nx_1 ۳. $\frac{x_1}{n}$ ۴. $\frac{n}{x_1}$

۸- فرض کنید Y_k برآوردی نقطه ای برای چندک مرتبه p از توزیع بتا با پارامترهای (m, n) است. آنگاه واریانس مجانبی این برآوردگر برای $k = [np] + l$ عبارت است از:

۱. $p(l-p)$ ۲. $\frac{p(l-p)}{12}$

۳. $\frac{1}{12}$

۴. به تابع چگالی بستگی دارد

۹- متغیر تصادفی گسسته X دارای توزیع زیر است:

X	x_1	x_2	x_3	x_4
$P(X=x)$	۰/۳	۰/۴	۰/۲	۰/۱

در این صورت x_2 برای کدام مقادیر از p می تواند چندک باشد؟

۱. $p \in (0, 0/3)$ ۲. $p \in (0/3, 0/7)$ ۳. $p \in [0/3, 0/7)$ ۴. $p \in [0/7, 1)$

۱۰- نمونه ای تصادفی به حجم ۹ از توزیعی پیوسته در نظر بگیرید. احتمال آنکه حداقل ۹۹ درصد از کل احتمال در بازه ای (Y_1, Y_9) قرار بگیرد، برابر است با:

۱. $1 - \sum_{r=0}^7 \binom{9}{r} (0.99)^r (0.01)^{9-r}$ ۲. $\sum_{r=8}^9 \binom{9}{r} (0.99)^r (0.01)^{9-r}$
 ۳. $\sum_{r=0}^7 \binom{9}{r} (0.99)^r (0.01)^{9-r}$ ۴. $1 - \sum_{r=8}^9 \binom{9}{r} (0.99)^r (0.01)^{9-r}$

۱۱- فرض کنید R_1, R_2, \dots, R_6 رتبه های نمونه ای به حجم ۶ از یک توزیع پیوسته باشند. در این صورت مقدار احتمال $P(R_6 = 1, R_5 = 2, \dots, R_1 = 6)$ برابر است با:

۱. $\frac{1}{12}$ ۲. $\frac{1}{6}$ ۳. $\frac{1}{720}$ ۴. $\frac{1}{120}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

۱۲- توزیع آماری آزمون ویلکاکسون تحت فرض هم توزیعی دو گروه بر اساس نمونه های با اندازهی ۲ از هرگروه به صورت زیر است؟

W	۱	۲	۳	۴	۵
$p(W_S = w)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$

W	۱	۲	۳	۴	۵
$p(W_S = w)$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

W	۳	۴	۵	۶	۷
$p(W_S = w)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

W	۳	۴	۵	۶	۷
$p(W_S = w)$	۰	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{6}$	۰

۱۳- فرض کنید W_R و W_S به ترتیب مجموع رتبه های نمونه ادغامی حاصل از دو نمونه مستقل دوتایی و سه تایی از دو جامعه باشند. در این صورت $P(W_R = 11)$ برابر است با:

۱. $0/15$ ۲. $0/30$ ۳. $0/10$ ۴. بستگی به F و G دارد.

۱۴- برای مقایسه دو گروه نمونه های ۳،۳،۵ و ۱۳ از گروه اول و نمونه های ۳،۳،۵،۵،۱۰ از گروه دوم انتخاب شده است. مقدار آماره W_S (مربوط به گروه اول) برای بررسی این آزمون چقدر است؟

۱. ۷ ۲. $18/5$ ۳. $13/5$ ۴. ۱۴

۱۵- در کدام شرایط آزمون ویلکاکسون برای مقایسهی میانگین دو گروه توانمندتر از آزمون تی است؟

۱. هرگاه توزیع گروه اول نرمال باشد. ۲. توزیع گروه اول غیرنرمال باشد.
۳. توزیع گروه اول شبیه نرمال اما دارای دمهای پهن باشد. ۴. در هیچ شرایطی توانمندتر نیست.

۱۶- دو نمونه مستقل X_1, \dots, X_m و Y_1, \dots, Y_n از دو جامعه F و G را در نظر بگیرید. نمونه ها را ادغام نموده و مرتب می کنیم. بردار Z_1, \dots, Z_N را که $N = n + m$ به صورت زیر تعریف می کنیم: $Z_i = 1$ اگر i امین عنصر نمونه ادغامی از نوع X باشد و در غیر این صورت صفر تعریف می شود. فرض کنید Z برابر مجموع توان دوم Z_i ها باشد. آنگاه توزیع Z کدام است؟

۱. کی دو ۲. تباهیده در m ۳. فوق هندسی ۴. دو جمله ای

۱۷- فرض کنید Z دارای توزیع نرمال استاندارد است. در این صورت ضریب همبستگی بین Z و $|Z|$ برابر است با:

۱. یک ۲. صفر ۳. $0/5$ ۴. $-0/5$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

۱۸- سکه ای را ۱۰۰ بار پرتاب نموده و ۶۳ بار شیر مشاهده شد. مقدار آماره‌ی آزمون نیکویی برازش برای بررسی سالم بودن سکه برابر است با:

۱. ۳/۲۴ ۲. ۰/۶۳ ۳. ۵/۵ ۴. ۶/۷۶

۱۹- فرض کنید F_n تابع توزیع تجمعی تجربی یک نمونه تصادفی از توزیع پیوسته F است. آنگاه کدام گزاره درباره F_n درست است:

۱. برآوردگر ناریب F است.
۲. در احتمال به F گرایش پیدا می‌کند.
۳. برآوردگر سازگار است.
۴. هر سه مورد صحیح است.

۲۰- اصطلاح نوار اطمینان برای چه منظوری به کار می‌رود؟

۱. برآورد فاصله‌ی تابع توزیع تجربی
۲. برآورد فاصله‌ی تابع توزیع نظری
۳. برآورد فاصله‌ی برای قدر مطلق تفاضل توزیع تجربی و نظری
۴. برآورد فاصله‌ی ترسیمی برای هر پارامتر جامعه

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید Y_1, Y_2, \dots, Y_n آماره‌های ترتیبی متناظر با نمونه ای n تایی از توزیع $F(x)$ باشند. نشان دهید که با فرض $y > z$ داریم:

$$F_{1,n}(y, z) = F_n(z) - [F(z) - F(y)]^n$$

نمره ۱.۲۵

۲- فرض کنید

الف. نشان دهید که D_i ها هم توزیعند.

ب. توزیع توام D_i ها را بدست آورید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

۳- برای اینکه تأثیر مواد مخدر در امور عقلانی را مطالعه کنند نه گروه دو نفری را انتخاب می کنند. به یکی از افراد گروه سیگار معمولی و به فرد دیگری سیگاری که محتوی ماده مخدر باشد، تجویز می کنند. بعد از مدتی به آنها یک آزمون می دهند و نتیجه آزمون را به نمره هایی در فاصله $[۲۰, -۲۰]$ ارزیابی می کنند و نتایج زیر حاصل می شود. به کمک تقریب نرمال در سطح خطای ۱۰ درصد بیازمایید که سیگار مخدر در امور عقلانی تأثیر منفی دارد.

سیگار معمولی	۷	۲۰	۶	۱۳	۱۴	۸	۱۲	۹	۱۰
سیگار مخدر	۱۵	-۷	۳	۷	۶	۱	۳	۱۱	۹

۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه‌ی تصادفی در دسترس باشد. توضیح دهید که برای برازش توزیع نرمال به این داده ها با استفاده از آزمون نیکویی برازش کی دو چگونه باید عمل کرد.

۱،۲۵ نمره

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: روشهای ناپارامتری

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۱۷۰۳۴ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۷

۵- داده هایی از یک طرح کاملاً تصادفی شده بدست آمده است که در آن چهار روش متفاوت پرورش ذرت آزمایش شده است. آزمون هم ارزی چهار روش پرورش را در سطح خطای ۵ درصد انجام دهید.

۲۰۰ نمره

روش ۴		روش ۳		روش ۲		روش ۱	
رتبه	مشاهده	رتبه	مشاهده	رتبه	مشاهده	رتبه	مشاهده
۲	۷۸	۳۴	۱۰۱	۲۳	۹۱	۱۱	۸۳
۹	۸۲	۳۳	۱۰۰	۱۹/۵	۹۰	۲۳	۹۱
۶/۵	۸۱	۲۳	۹۱	۶/۵	۸۱	۲۸/۵	۹۴
۱	۷۷	۲۷	۹۳	۱۱	۸۳	۱۷	۸۹
۳	۷۹	۳۱/۵	۹۶	۱۳/۵	۸۴	۱۷	۸۹
۶/۵	۸۱	۳۰	۹۵	۱۱	۸۳	۳۱/۵	۹۶
۴	۸۰	۲۸/۵	۹۴	۱۵	۸۸	۲۳	۹۱
۶/۵	۸۱			۲۳	۹۱	۲۶	۹۲
				۱۷	۸۹	۱۹/۵	۹۰
				۱۳/۵	۸۴		
۳۸/۵		۲۰۷		۱۵۳		۱۹۶/۵	مجموعه رتبه ها

$$(\chi_{0.95,3}^2 = 7.82 \quad p(Z > 1.57) = 0.0582, p(W_p > 9) = 0.9355)$$