

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی برای آمار

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۲۷

سری سوال: یک ۱

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۱- تعداد حالت های مختلف ماتریس های مقدماتی سطری $n \times n$ نوع I (تعویض جای دو سطر ماتریس واحد) برابر است با:

۱. 2^n ۲. P_n^2 ۳. n ۴. $\binom{n}{2}$

۲- ماتریس های $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ مفروض اند. $\frac{1}{2}(I + BA)$ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} 4 & \frac{1}{2} \\ 6 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 12 & 1 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 12 & 0 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} \\ 2 & \frac{9}{2} \end{bmatrix}$

۳- اگر A و B دو ماتریس هم بعد و وارون پذیر باشند آنگاه:

۱. $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ ۲. $[(AB)']^{-1} = (B')^{-1}(A')^{-1}$

۳. $AB = BA = I$ ۴. لزومی ندارد A' و B' نیز وارون پذیر باشند

۴- کدامیک از ماتریس های زیر پلکانی سطری نیست؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 5 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

عنوان درس: جبر خطی ابرای آمار

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۲۷

سری سوال: ۱ یک

۵- کدامیک از ماتریس های پلکانی زیر مربوط به ماتریس افزوده دستگاهی است که جواب ندارد؟

$$.۲ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right)$$

$$.۱ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$.۴ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$.۳ \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 0 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{array} \right)$$

۶- کدام تعریف در مورد ماتریس پلکانی سطری کاهش یافته درست است.

۱. همان ماتریس واحد است .

۲. یک سطر صفر دارد .

۳. مربع همه ستون های آن دارای درایه پیشرو است .

۴. ماتریس پلکانی سطری است که درایه های بالای هر درایه پیشرو صفر است .

۷- اگر $X = 0$ تنها جواب $AX = 0$ باشد آنگاه کدام عبارت نادرست است؟

۱. A دارای یک سطر صفر است .

۲. A مربع است و هم ارز سطری I است .

۳. A نامنفرد است .

۴. A را می توان به صورت حاصلضرب ماتریس های مقدماتی سطری نوشت .

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی ابرای آمار

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۲۷

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۸- ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض است $A^{-1} + \frac{A}{2}$ کدام است؟

۱. $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & -1 \\ 4 & 4 & 2 \end{bmatrix}$.۱

۲. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ -1 & 1 & 1 \\ 7 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$.۲

۳. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{bmatrix}$.۳

۴. $\begin{bmatrix} 3 & 0 & 3 \\ -3 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 2 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.۴

۹- کدامیک از موارد زیر یک فضای برداری است؟

۱. مجموعه توابع صعودی
۲. مجموعه چند جمله ای های با درجه n (n یک عدد صحیح)
۳. مجموعه توابع زوج

۴. $\left\{ x \in R^3 \mid \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.۴

۱۰- کدامیک از مجموعه های زیر یک پایه برای R^3 است؟

۱. $x = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\}$.۱

۲. $x = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$.۲

۳. $x = \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$.۳

۴. $x = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \right\}$.۴

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی برای آمار

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۲۷

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۱۱- کدام عبارت نادرست است؟

۱. اگر W یک زیرفضای محض فضای برداری V_n باشد آنگاه $\dim W \leq n$
۲. بعد فضای P_n (مجموعه چند جمله ای های با درجه ای کمتر از n) برابر $(n+1)$ است
۳. هر مجموعه مولد در یک فضای برداری حتما شامل یک پایه است.
۴. اگر T مولد فضای برداری V باشد، آنگاه زیر مجموعه ای از T وجود دارد که برای V یک پایه است.

۱۲- مجموعه $T = \left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \\ -3 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$ یک پایه متعامدیکه برای زیر فضای

$x = \left\{ x \in R^3 \mid x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 0 \end{bmatrix}, x_1, x_2 \in R \right\}$ از R^3 است، تصویر بردار $y = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 21 \end{bmatrix}$ کدام است؟

۴. $\begin{bmatrix} 5 \\ 7 \\ 1 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۲. $\begin{bmatrix} 3 \\ 5 \\ -4 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$

۱. $\begin{bmatrix} 7 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

۱۳- کدامیک یک تبدیل خطی از R^2 به R^2 است؟

۲. $L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ 2x_2 \end{bmatrix}$

۱. $L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 2x_1 \\ -x_2 \end{bmatrix}$

۴. $L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix}$

۳. $L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ 1 + x_2 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی ابرای آمار

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۲۷

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۱۴- کدام ماتریس دارای دترمینان غیر صفر است.

$$\begin{bmatrix} 0 & 5 & 10 \\ 2 & 4 & -6 \\ 3 & -2 & 5 \end{bmatrix} \cdot 4 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \cdot 3 \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot 2 \quad \begin{bmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 4 & 3 & \frac{1}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 1$$

۱۵- کدام تبدیل خطی دارای هسته $\{\theta_V\}$ است؟

$$L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_3 \\ x_2 + x_3 \end{bmatrix} \cdot 2 \quad L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_1 - x_2 \\ 3x_1 + x_2 \end{bmatrix} \cdot 1$$

$$L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_2 \\ x_2 + 2x_3 \end{bmatrix} \cdot 4 \quad L \left(\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} x_1 + x_3 + x_4 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 \end{bmatrix} \cdot 3$$

۱۶- فرض کنید A و B دو زیر مجموعه متناهی فضای برداری V باشند کدام گزینه درست است؟

$$sp(A) \subseteq sp(B) \Leftrightarrow A \subseteq B \cdot 2 \quad sp(A) = sp(B) \Leftrightarrow A = B \cdot 1$$

$$sp(A) = \{0\} \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset \cdot 4 \quad sp(A \cap B) \subseteq sp(A) \cap sp(B) \cdot 3$$

۱۷- ماتریس متقارن $A_{n \times n}$ مفروض است کدام گزینه نادرست است؟

$$\text{برای تبدیل ماتریس } A \text{ به شکل پلکانی سطری به } \frac{1}{6}n(n+1)(4n+7) \text{ عملیات اصلی ریاضی نیاز است} \cdot 1$$

$$\text{برای بدست آوردن } |A| \text{ به } 2n \text{ بسط همسازه ای مختلف نیاز است} \cdot 2$$

$$\text{اگر } A \text{ ماتریس مقدماتی باشد آنگاه } |A| \neq 0 \cdot 3$$

$$|A| = |A'| \cdot 4$$

سری سوال: ۱ یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی ابرای آمار

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۲۷

۱۸- ماتریس $\begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$ مفروض است. حاصلضرب مقادیر ویژه A کدام است؟

۱. ۸- ۲. ۸ ۳. ۴ ۴. ۴- ۵. ۸

۱۹- در سوال قبلی ماتریس A ؟

۱. وارون پذیر است.
۲. قطری شدنی است.
۳. $\lambda = -1$ یکی از مقادیر ویژه A^{-1} است.
۴. همه موارد صحیح است.

۲۰- اگر $B_{n \times n}$ یک ماتریس خودتوان باشد آنگاه....

۱. $|B| = 1$
۲. $B = B'$
۳. مقادیر ویژه آن ± 1 است
۴. $r(B) + r(I - B) = n$

۲۱- کدام عبارت نادرست است؟

۱. هر مجموعه تک عضوی که تنها بردار عضو آن بردار صفر باشد، مستقل خطی است.
۲. هر مجموعه متناهی از بردارها که یکی از اعضای آن بردار صفر باشد وابسته خطی است.
۳. گستره یک مجموعه متناهی از بردارها یک زیرفضاست.
۴. هرگاه مجموعه ای از بردارها وابسته خطی باشد می توان لااقل یکی از اعضای آن را حذف کرد بدون اینکه گستره آن تغییر کند.

۲۲- اگر دو ماتریس $A_{n \times m}$ و $B_{n \times m}$ مفروض باشند آنگاه

۱. $r(AB) \geq \min\{r(A), r(B)\}$
۲. $r(A+B) \leq r(A) + r(B)$
۳. $r(AB) \geq r(A)$
۴. $r(A') = r(A^{-1})$

۲۳- ماتریس $A_{n \times n}$ تمام رتبه است اگر

۱. وارون پذیر باشد.
۲. منفرد باشد.
۳. حداقل یک مقدار ویژه صفر داشته باشد.
۴. خود توان باشد.

۲۴- طول قطر بزرگ بیضی به معادله $2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1x_2 = 9$ کدام است؟

۱. ۱ ۲. ۶ ۳. ۲ ۴. ۳

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

عنوان درس: جبر خطی ابرای آمار

رشته تحصیلی/کد درس: آمار ۱۱۷۰۲۷

سری سوال: ۱: یک

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

۲۵- قطر کوچک بیضی به معادله $2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1x_2 = 9$ با کدام بردار زیر هم راستاست؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$.۱
۲. $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$.۲
۳. $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$.۳
۴. $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.۴

سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید: اگر A یک ماتریس مربع باشد آنگاه معادله ماتریس $AX = 0$ فقط دارای جواب بدیهی $X = 0$ است اگر و تنها اگر A هم ارز سطری I (ماتریس واحد) باشد.

۱۰۰ نمره

۲- پایه ای برای R^3 تشکیل دهید که شامل $\left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix} \right\}$ باشد.

۲۰۰ نمره

۳- فرض کنید $T = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 \end{bmatrix}$ و $S = \begin{bmatrix} \beta_1 & \beta_2 \end{bmatrix}$ دو پایه مرتب برای R^2 باشند که:

$$\beta_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \alpha_1 = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}, \alpha_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \beta_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

الف) ماتریس انتقال از T به S را به دست آورید.

ب) رتبه ماتریس انتقال را به دست آورید.

۱۰۰ نمره

۴- تبدیل خطی $L: R^4 \rightarrow R^3$ به صورت $L(x) = AX \quad \forall X \in R^4$ و $A = \begin{bmatrix} 10 & 1 & 1 \\ 11 & 2 & 0 \\ 21 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

مفروض است. پوشا و یک به یک بودن این تبدیل بحث کنید.

۱۰۰ نمره

۵- شرایط قطری کردن یک ماتریس را بیان نموده و با ذکر یک مثال توضیح دهید.