

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمارریاضی ۱۱۱۷۰۲۶

۱- از بین استادان یک دانشگاه فردی را به تصادف انتخاب کرده ایم. بر اساس تجربه گذشته احتمال این که استادی مالک خانه باشد $0/۲۵$ و احتمال این که متأهل باشد $0/۷۶$ است و احتمال این که هم مالک خانه ای باشد و هم متأهل $0/۲۳$ است. احتمال این که این استاد یا خانه داشته باشد و یا متأهل باشد و یا هر دو، چقدر است؟

۱. $0/۵۵$ ۲. ۱ ۳. $0/۲۵$ ۴. $0/۷۸$

۲- برای دو پیشامد A, B اجتماع دو پیشامد $(A - B), (B - A)$ کدام است؟

۱. $P(A) + P(B)$ ۲. صفر

۳. ۱ ۴. $P(A) + P(B) - ۲P(A)P(B)$

۳- جعبه ای شامل ۱۰۰ لامپ است که ۵ تای آنها سوخته اند. اگر به تصادف، متوالیاً و بدون جایگذاری ۳ لامپ از جعبه درآوریم احتمال این که هر سه لامپ سوخته باشند چقدر است؟

۱. $\frac{۵ \times ۵ \times ۵}{۱۰۰ \times ۹۹ \times ۹۸}$ ۲. $\frac{۵ \times ۴ \times ۳}{۱۰۰ \times ۹۹ \times ۹۸}$ ۳. $\frac{۵ \times ۴ \times ۳}{۱۰۰ \times ۱۰۰ \times ۱۰۰}$ ۴. $\frac{۱}{۱۰۰۰}$

۴- اگر تابع چگالی احتمال X بصورت زیر تعریف شود:

$$f(x) = \theta x^{\theta-1}, 0 < x < 1$$

مقدار امید ریاضی برابر است با:

۱. ۱ ۲. صفر ۳. θ ۴. $\frac{\theta}{\theta+1}$

۵- به ازای کدام مقدار k تابع $f(x) = k(\frac{1}{p})^x, x = 1, 2, \dots$ یک تابع احتمال است؟

۱. ۲ ۲. ۱ ۳. $0/۵$ ۴. $0/۲۵$

۶- احتمال درمان یک بیماری با دارویی خاص $0/۷$ است. احتمال این که از پنج نفر بیماری که این دارو را مصرف کرده اند ۳ نفر درمان شوند چقدر است؟

۱. $0/۶۳$ ۲. $0/۳۶$ ۳. $0/۵$ ۴. $0/۲۵$

۷- اگر X و $X^۲$ هم توزیع باشند، X دارای کدام توزیع زیر است؟

۱. هندسی ۲. پواسون با پارامتر ۱ ۳. یکنواخت بر (۱ و ۰) ۴. برنولی

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۲۶

۸- احتمال این که شخصی شایعه ای را باور کند $\frac{1}{6}$ است. مطلوب است احتمال این که پنجمین شخصی که این شایعه را می شنود دومین شخصی باشد که آن را باور می کند؟

- ۰/۲ .۱ ۰/۵ .۲ ۰/۰۵ .۳ ۰/۰۹ .۴

۹- فرض کنید X دارای توزیع هندسی است. مقدار $P(X > a + b)$ کدام است؟

- ۰/۱ .۱ $P(X > a)$ ۰/۲ .۲ $P(X > b)$
۰/۳ .۳ $P(X > b) + P(X > a)$ ۰/۴ .۴ $P(X > b) \times P(X > a)$

۱۰- متغیر تصادفی X دارای توزیع احتمال $f(x) = \left(\frac{1}{p}\right)^x, x = 1, 2, \dots$ است. امید ریاضی آن کدام است؟

- ۲ .۱ ۱ .۲ ۰/۵ .۳ ۰/۲۵ .۴

۱۱- اگر X, Y متغیرهای تصادفی مستقل باشند در اینصورت مطلوبست محاسبه:

$$E(X | Y = 1)$$

- ۱ .۱ ۰/۲ .۲ صفر
۰/۴ .۴ به توزیع Y بستگی دارد. ۰/۳ .۳ EX

۱۲- کدام تابع زیر یک تابع توزیع است؟

۰/۱ .۱ $F(x) = 1 - \infty < x < \infty$

۰/۲ $F(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases}$

۰/۳ $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 1 & x \geq 0 \end{cases}$

۰/۴ $F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{1}{2} e^{-x} & x > 0 \end{cases}$

۱۳- تابع توزیع احتمال توأم دو متغیر تصادفی Y, X به صورت زیر است:

$$f(x, y) = \frac{k}{x + y}, x = 0, 1, 2, y = 1, 2$$

مقدار k کدام است؟

- ۱/۲ .۱ ۱ .۲ ۱/۵ .۳ ۱/۳۵ .۴

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۲۶

۱۴- توزیع احتمال توأم (X, Y) به صورت $X = 0, 1, 2, 3$, $Y = 1, 2$ ، $f(x, y) = \frac{x+y}{21}$ است. $E(Y)$ را بیابید.

۰.۴	۰.۳	۰.۲	۰.۱
$\frac{23}{15}$	$\frac{25}{21}$	۱	$\frac{33}{21}$

۱۵- اگر X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از توزیع پواسن باشند وقتی که $n \rightarrow \infty$ توزیع W به سمت چه توزیعی میل می کند؟

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i \quad (w = \frac{Y - n\lambda}{\sqrt{n\lambda}})$$

۰.۴	۰.۳	۰.۲	۰.۱
$P_0 = (n\lambda)$	$B(y, \frac{1}{2})$	$U(0, 1)$	$N(0, 1)$

۱۶- کدام تابع زیر یک تابع مولد گشتاور است؟

۰.۴	۰.۳	۰.۲	۰.۱
$\frac{e^{2t} + 2e^{-(t-1)}}{3}$	$\frac{e^{2t} + e^{-(t-1)}}{3}$	$\frac{e^{2t} + 2e^{-t}}{3}$	$\frac{e^{2t} + e^{-t}}{3}$

۱۷- تابع مولد گشتاورهای توزیع هندسی کدام است؟

۰.۴	۰.۳	۰.۲	۰.۱
$\frac{qet}{p-e^t}$	$\frac{pet}{1-qe^t}$	$\frac{et}{p-qe^t}$	$\frac{qet}{p-pet}$

۱۸- اگر متغیرهای تصادفی X_1, X_2, \dots, X_n مستقل بوده و دارای میانگین μ و واریانس σ^2 باشند، ضریب همبستگی بین

$$S = \sum_{i=1}^{10} X_i, T = \sum_{i=1}^5 X_i$$

برابر است با:

۰.۴	۰.۳	۰.۲	۰.۱
$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{2}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$

۱۹- طبق قضیه چبی شرف برای متغیر تصادفی X ، $P(|X - \mu| \geq k)$ برابر است با:

۰.۴	۰.۳	۰.۲	۰.۱
$\geq 1 - \frac{1}{k^2}$	$\leq 1 - \frac{1}{k^2}$	$\leq \frac{1}{k^2}$	$\leq k$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: احتمال و کاربرد آن

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمارریاضی ۱۱۱۷۰۲۶

۲۰- کدام رابطه درست است؟

$$E(X^2) \leq E^2(X) \quad .2$$

$$E(X^2) \geq E^2(X) \quad .1$$

$$E(\sqrt{X}) \geq \sqrt{E(X)} \quad .4$$

$$E(|X-1|) \leq |E(X)-1| \quad .3$$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید X و Y دو متغیر تصادفی مستقل از هم هستند و توزیع احتمال یکسانی دارند توزیع احتمال X به صورت زیر است:

$$P_X(x) = P(X=x) = pq^{x-1}, x=1, 2, \dots$$

که در آن $p+q=1$ مطلوب است محاسبه $P(X=Y)$

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید X دارای توزیع نمایی زیر است:

$$f(x) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x} & x > 0, \theta > 0 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

تابع چگالی $Y = \sqrt{X}$ را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۳- قانون ضعیف اعداد بزرگ و قانون قوی اعداد بزرگ را به طور کامل شرح داده و تفاوت آنها را بیان کنید.

۱.۴۰ نمره

۴- قضیه حد مرکزی را به طور کامل فقط بیان کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- تابع احتمال توأم (X, Y) به صورت زیر است:

$$P(0,0) = 0,3$$

$$P(0,1) = 0,1$$

$$P(1,0) = 0,2$$

$$P(1,1) = 0,4$$

امید ریاضی شرطی متغیر X را وقتی $Y=1$ بیابید.