

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آمار و احتمالات کاربرد آمار در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/کد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای انسانی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی ژئومورفولوژی، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) (۱۲۱۶۰۱۲)

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- در خانواده ای احتمال پسر بودن نوزاد دو برابر احتمال دختر بودن نوزاد است. اگر این خانواده یک فرزند دختر داشته باشند، احتمال اینکه دو فرزند دیگر خانواده نیز دختر باشند چقدر است؟

$\frac{1}{9}$ .۱	$\frac{1}{3}$ .۲	$\frac{1}{4}$ .۳	$\frac{4}{27}$ .۴
------------------	------------------	------------------	-------------------

۲- اگر A و B دو پیشامد مستقل باشند و  $P(A) = 0.6$  و  $P(B|A) = 0.4$  در اینصورت  $P(A \cup B)$  کدام است؟

۰.۲۴ .۱	۰.۳۶ .۲	۰.۶۴ .۳	۰.۷۲ .۴
---------	---------	---------	---------

۳- به چند طریق ۳ دانشجوی سال اول و ۴ دانشجوی سال دوم می توانند در روی ۷ صندلی در یک ردیف کنار هم بنشینند به طوریکه دانشجویان سال اول کنار هم باشند.

۱۴۴ .۱	۳۵ .۲	۵۷۶ .۳	۳۵۶ .۴
--------	-------	--------	--------

۴- متغیر تصادفی X با توزیع زیر مفروض است. اگر  $\mu = 0.8$  باشد واریانس X کدام است؟

x	-۱	۰	۱	۲
$f(x)$	۰.۲	a	b	۰.۳۵

۱/۲۶ .۱	صفر .۲	۰/۹۸ .۳	۱ .۴
---------	--------	---------	------

۵- در یک امتحان تستی که در آن ۳۰ سوال شش گزینه ای داده شده است، دانشجویی همه سوالها را تصادفی پاسخ می دهد. این دانشجو به طور متوسط چند سوال را درست پاسخ می دهد؟

۴ .۱	۵ .۲	۶ .۳	۷ .۴
------	------	------	------

۶- اگر متغیر تصادفی X تعداد سیلابها در یک دشت آبرفتی باشد در این صورت توزیع X کدام است؟

۰۱ برنولی	۰۲ نرمال	۰۳ دو جمله ای	۰۴ پواسن
-----------	----------	---------------	----------

۷- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع نرمال با میانگین ۵ و واریانس ۴ باشد. احتمال این که X بین ۰ تا ۳ باشد چقدر است؟

۰/۳۴۱۳ .۱	۰/۴۹۸۷ .۲	۰/۱۵۲۵ .۳	۰/۴۹۳۸ .۴
-----------	-----------	-----------	-----------

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمالات کاربرد آمار در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/کد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای طبیعی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی)، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) ۱۲۱۶۰۱۲

۸- برای مدل بندی کدام یک از موارد زیر نمی توان از توزیع نرمال استفاده کرد؟

۱. ارتفاع سطوح فرسایش
۲. توزیع طول عمر کشورهای نظیر ژاپن و هند
۳. تولید محصولات کشاورزی (تحت شرایط یکنواخت)
۴. تراکم ترافیک در برخی تقاطع های شهری در ساعت های معین

۹- کدام یک از موارد زیر را نمی توان به عنوان جامعه متناهی در نظر گرفت؟

۱. مجموعه مزارع کشاورزی در یک ناحیه
۲. مجموعه کلیه خانه های مسکونی در شهری معین
۳. مجموعه کلیه اندازه گیری های ممکن وزن یک قطعه سنگ
۴. مجموعه نتایج ثبت حداکثر دمای روزانه در یک دستگاه هواشناسی در طی سالهای ۱۳۵۰ الی ۱۳۵۷

۱۰- کدام تعریف زیر برای "روش نمونه بندی شده نا متناسب" صحیح است؟

۱. برای انتخاب نمونه، هزینه و میزان همگنی در هر طبقه موثر است.
۲. هر چه طبقه همگن تر باشد سهم آن در نمونه کلی بیشتر خواهد بود
۳. اندازه نمونه های مربوط به طبقه های مختلف متناسب با اندازه های طبقه ها است
۴. نسبت نمونه در هر طبقه متناسب با انحراف معیار آن طبقه انتخاب می شود.

۱۱- طبق قضیه حد مرکزی در نمونه گیری تصادفی از جامعه ای دلخواه با میانگین  $\mu$  و انحراف معیار  $\sigma$ ، برای مقادیر بزرگ  $n$  انحراف معیار  $\bar{x}$  برابر است با:

۱.  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$
۲. صفر
۳. ۱
۴.  $\sigma$

۱۲- احتمال اینکه نمونه ای تصادفی به اندازه  $n = ۴$  از جامعه ای متناهی با اندازه  $N = ۱۲$  انتخاب شود برابر است با:

۱. ۰/۰۰۱
۲. ۰/۰۰۲
۳. ۰/۰۰۳
۴. ۰/۰۰۴

۱۳- فرض کنید که ۲۰ درصد درختان یک جنگل، دچار آفت مخصوص شده اند. احتمال اینکه تعداد درختان مبتلا به آفت در یک نمونه ۳۰۰ تایی بین ۴۹ و ۷۱ باشد برابر است با:

۱. ۰/۴۵۱۵
۲. ۰/۴۴۴۱
۳. ۰/۹۰۳
۴. ۰/۸۸۸۲



تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمالات کاربرد آماری در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/گد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای انسانی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی)، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) ۱۲۱۶۰۱۲

۱۴- می خواهیم نمونه ای به اندازه  $n = 80$  از جامعه ای با اندازه  $N = 2000$  که مرکب از چهار طبقه با اندازه های،  $N_1 = 500$ ،  $N_2 = 1200$ ،  $N_3 = 200$  و  $N_4 = 100$  است، استخراج کنیم. اگر از تخصیص متناسب استفاده شود حجم نمونه انتخاب شده از طبقه چهارم چقدر است.

۴ .۱          ۸ .۲          ۲۰ .۳          ۴۸ .۴

۱۵- اگر  $n = 70$ ،  $\sum x_i = 852$ ،  $\sum (x_i - \bar{x})^2 = 415$  یک بر آورد نقطه ای برای  $\mu$  برابر است با:

۳/۰۷ .۱          ۳/۱۲ .۲          ۳/۹۶ .۳          ۱۲/۱۷ .۴

۱۶- برای مطالعه میزان آلودگی هوا از نظر وجود ذرات معلق، نتایج حاصل از ثبت نمونه ای به اندازه  $n = 32$  نوعی ماده معلق آلی قابل حل در بنزین در یک ایستگاه هواشناسی مقادیر  $\bar{x} = 2/26$  میکرو گرم و  $S = 0/56$  میکرو گرم بدست آمده است. اگر ازمیانگین نمونه ای برای بر آورد میانگین واقعی جامعه استفاده کنیم، حداکثر مقدار خطای بر آورد با اطمینان

$$Z_{0/005} = 2/57 \text{ برابر است با:}$$

۰/۲۶ .۱          ۰/۰۹۹ .۲          ۰/۱۷۵ .۳          ۰/۰۴۵ .۴

۱۷- اگر بخواهیم ۹۹٪ مطمئن باشیم که حداکثر مقدار خطا برای تعیین نسبت افراد بالغ در جامعه که فشار خون آنها بالاتر از حد طبیعی است ۵ درصد است، حجم نمونه ( $n$ ) لازم برابر است با:

$$Z_{0/005} = 2/58$$

۳۸۴ .۱          ۶۶۶ .۲          ۱۵۳۷ .۳          ۲۶۶۲ .۴

۱۸- برای تعیین بازه اطمینان ۹۰٪ برای میانگین جامعه ( $\mu$ )، حجم نمونه ( $n$ ) چقدر باشد تا طول بازه اطمینان  $56/8$  شود.

$$\left( Z_{0/05} = 1/64 \right)$$

۷۵ .۱          ۴۶ .۲          ۱۸۶ .۳          ۱۹ .۴

۱۹- کدامیک از موارد زیر از ویژگی های توزیع  $\chi^2$  استوندت با  $n - 1$  درجه آزادی نمی باشد.

۱. چگالی توزیع متقارن است.

۲. مد آن صفر است.

۳. شکل آن مشابه شکل توزیع  $\chi^2$  استوندت با  $n$  درجه آزادی است.

۴. هرچه مقدار  $n$  بزرگ تر شود شکل آن به شکل چگالی نرمال استاندارد نزدیک تر می شود.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمالات ۲ کاربرد آمار در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/کد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای انسانی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی)، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) ۱۲۱۶۰۱۲

۲۰- فرض آماری یعنی .....

۱. شواهدی که بر مبنای آنها حکم به رد یا پذیرش ادعا شود.
۲. اطلاعاتی که با نمونه گیری از جامعه بدست می آید.
۳. هر حدس، حکم یا ادعا درباره پارامتر یا پارامترهای جامعه.
۴. فرض صفری که همیشه به دنبال رد آن هستیم.

۲۱- نمونه تصادفی به حجم ۱۱، از یک جامعه نرمال با میانگین نا معلوم  $\mu$  و واریانس معلوم ۱ انتخاب می شود. احتمال خطای نوع اول برای آزمون فرض  $H_0: \mu = 0$  در برابر  $H_1: \mu = 1$ ، برابر ۰/۰۵ است. اگر ناحیه بحرانی به صورت  $\bar{X} > c$  باشد، در این صورت ناحیه بحرانی کدام است؟

$$\bar{X} > 1 \quad .1 \quad \bar{X} < 1 \quad .2 \quad \bar{X} > \frac{1}{2} \quad .3 \quad \bar{X} < \frac{1}{2} \quad .4$$

۲۲- در آزمون فرض  $H_0: \mu \geq \mu_0$  در مقابل  $H_1: \mu < \mu_0$  اگر حجم نمونه کوچک باشد ( $n \leq 30$ ) از کدام آماره استفاده می شود؟

۱. t استودنت با n درجه آزادی
۲. نرمال
۳. t استودنت با (n - 1) درجه آزادی
۴. به معلوم یا مجهول بودن  $\sigma$  بستگی دارد

۲۳- یک متخصص تغذیه ادعا دارد که حداقل ۷۵ درصد کودکان پیش دبستانی کشوری از سوء تغذیه ناشی از کمبود پروتئین رنج می برند به همین منظور ۳۰۰ کودک پیش دبستانی را به تصادف انتخاب و مشاهده شد که ۲۰۶ نفر از آنها دچار سوء تغذیه ناشی از کمبود پروتئین هستند در این صورت با اندازه ناحیه بحرانی  $\alpha = 0/01$  در مورد ادعای متخصص تغذیه چه می توان گفت؟  $Z_{0/01} = 2/33$

۱. ادعای متخصص تغذیه را نمی توان پذیرفت
۲. ادعای متخصص تغذیه را می پذیریم
۳. حجم نمونه برای تشخیص درست رد یا پذیرش ادعای متخصص کافی نیست
۴. اطلاعات مساله کافی نیست

۲۴- آماره آزمون نیکویی برازش ..... است.

۱. فیشر
۲. نرمال
۳. خی دو
۴. t استودنت

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمالات کاربرد آمار در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/کد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای انسانی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی)، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) ۱۲۱۶۰۱۲

۲۵- تعداد یخبندانهای سالانه در منطقه ای در طول ۳۰ سال به شرح زیر بوده است: با فرض آماری اینکه آیا می توان گفت توزیع یخبندانها در این منطقه دارای توزیع پواسن است. مقدار آماره آزمون کدام است؟  $\alpha = 0/05$

۴	۳	۲	۱	۰	تعداد یخبندان
۲	۸	۱۰	۷	۳	فراوانی
۴/۹۵	۵/۱۶	۷/۸۶	۷/۹۸	۴/۰۵	فراوانی مورد انتظار

۴. ۴/۲۹۶۳

۳. ۷/۸۱۴۷

۲. ۳/۶۷

۱. ۶/۳۷۵

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

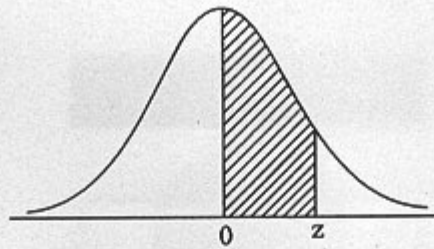
زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمالات ۲ کاربرد آمار در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/کد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای طبیعی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی)، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) ۱۲۱۶۰۱۲

جدول ۲ - جدول نرمال



z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2517	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4979	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4982	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4990	.4990	.4990

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمالات کاربرد آمار در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/کد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای طبیعی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی)، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) ۱۲۱۶۰۱۲

فرمول های پیوست

$$f(x) = p(X = x) \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$p(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \quad x = 0, 1, \dots, n$$

$$P\left(\frac{X}{n} - \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2} < p < \frac{X}{n} + \frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}} z_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1)$$

$$n = \left[ \frac{Z_{\alpha/2} \cdot \sigma}{E} \right]^2 \quad P\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{\alpha/2}^2} < \sigma^2 < \frac{(n-1)S^2}{\chi_{1-\alpha/2}^2}\right) = 1 - \alpha$$

$$E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$P(\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} < \mu_1 - \mu_2 < \bar{X}_1 - \bar{X}_2 + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}) = 1 - \alpha$$

$$\hat{p} = \frac{X}{n}$$

$$P(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1) + \hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_1 + n_2}} < p_1 - p_2 < \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1) + \hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{n_1 + n_2}})$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۰

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۱۰۰ تشریحی: ۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار و احتمالات ۲ کاربرد آمار در جغرافیا، روشهای آماری در جغرافیا ۲

رشته تحصیلی/کد درس: جغرافیای انسانی (روستایی)، جغرافیای انسانی، جغرافیای طبیعی (شهری)، جغرافیای طبیعی (اقلیم شناسی)، جغرافیای طبیعی (ژئومورفولوژی)، جغرافیای طبیعی ۱۱۱۷۰۰۳ -، جغرافیا و برنامه ریزی شهری (کارشناسی) ۱۲۱۶۰۱۲

$$S.E.(\hat{P}) = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}}$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$S\hat{E}(\hat{P}) = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

$$Z = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$$

$$\left[ \frac{S}{1 + \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{2n}}}, \frac{S}{1 - \frac{z_{\alpha/2}}{\sqrt{2n}}} \right]$$

$$E = Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\frac{x}{n}(1-\frac{x}{n})}{n}}$$

$$S_p^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \left[ S \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{\alpha/2}^2}}, S \sqrt{\frac{n-1}{\chi_{1-\alpha/2}^2}} \right]$$

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

$$P\left(\bar{X} - \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2} < \mu < \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

$$Z = \frac{\frac{X}{n} - p_0}{\sqrt{\frac{\frac{X}{n}(1-\frac{X}{n})}{n}}}$$

$$\chi_{k-p-1}^2 = \sum_{j=1}^k \frac{(O_j - E_j)^2}{E_j}$$

$$Z = \frac{\frac{X_1}{n_1} - \frac{X_2}{n_2}}{\sqrt{\hat{\theta}(1-\hat{\theta})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$\hat{\theta} = \frac{X_1 + X_2}{n_1 + n_2}$$