

تعداد سوالات: تستی: ۰ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰ تشریحی: ۱۲۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: مکانیک کوانتومی پیشرفته ۱

رشته تحصیلی/گد درس: فیزیک- فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)، فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۱۳۱۵۵

۱- کدامیک از جملات و روابط زیر درست و کدام یک از آنها نادرست است. در مورد هر کدام توضیح و اثبات لازم را ۲،۰۰ نمره ارائه دهید.

الف) اگر $|1\rangle$ و $|2\rangle$ ویژه حالت‌های انرژی باشند و ویژه مقادیر متناسب با آنها به ترتیب E_1 و E_2 باشند می توان گفت که حالت $\frac{1}{\sqrt{2}}(|1\rangle + |2\rangle)$ نیز یک ویژه حالت انرژی است.

ب)

$$(A.B.C)^+ = B^+ . A^+ . C^+ - C^+ . A^+ . B^+$$

ج)

$$\sum_a |a\rangle \langle a| \beta\rangle = |\beta\rangle$$

د)

e^{iU} یکانی است در صورتی که U هرمیتی باشد.

ه) اگر هامیلتونین H مستقل از زمان باشد، آنگاه عملگر هایزبرگ $\hat{x}_H = e^{\frac{i}{\hbar}Ht} x e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}$ به زمان بستگی ندارد.

و) عملگر چگالی $\rho = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ نشان دهنده یک آنسامبل خالص است.

تعداد سوالات: تستی: ۰۰ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰۰ تشریحی: ۱۲۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مکانیک کوانتومی پیشرفته ۱

رشته تحصیلی/گد درس: فیزیک- فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)، فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۱۳۱۵۵

۲،۰۰ نمره

۲- یک باریکه اتمی غیر قطبیده از ذرات با اسپین $\frac{1}{2}$ را از چند وسیله اشترن گراخ پشت سر هم عبور می دهیم. ابتدا از وسیله ای با میدان مغناطیسی در جهت محور Z ها عبور نموده و به اسپینهای بالا اجازه عبور می دهیم تا به وسیله بعدی برسد. میدان مغناطیسی وسیله دوم در جهت بردار یکه \hat{n} است که در صفحه XZ قرار داشته و با محور Z ها زاویه θ می سازد و به اسپین بالا اجازه عبور می دهیم. میدان مغناطیسی سومین وسیله در جهت محور Z هاست و فقط به مولفه اسپین پایین اجازه عبور می دهیم. شدت باریکه نهایی را به دست آورده و در دو حالت حدی $\theta = 0$ و $\theta = \frac{\pi}{2}$ با نتایج فیزیکی مورد انتظار مقایسه نمایید.

راهنمایی: اگر از دستگاه اشترن گراخ فقط به عملگر $|S_n; +\rangle$ اجازه عبور دهیم باید از عملگر تصویر اسپین بالا در جهت \hat{n} یعنی $|S_n; +\rangle\langle S_n; +|$ استفاده کنیم. شدت باریکه در حالت $|\alpha\rangle$ از رابطه $I = \langle \alpha | \alpha \rangle$ به دست می آید.

$$S_x = \frac{\eta}{2} (|+\rangle\langle -| + |-\rangle\langle +|); S_y = \frac{i\eta}{2} (|-\rangle\langle +| - |+\rangle\langle -|); S_z = \frac{\eta}{2} (|+\rangle\langle +| - |-\rangle\langle -|)$$

۲،۰۰ نمره

۳- الف) برای اینکه U عملگر یکانی باشد، باید چه شرطی داشته باشد؟ نشان دهید که عملگر $e^{ipa/\eta}$ یکانی است.

ب) با استفاده از رابطه $x|x'\rangle = x'|x'\rangle$ نشان دهید که $e^{ipa/\eta}|x'\rangle$ نیز یک ویژه حالت عملگر مکان است. ویژه مقدار آن چیست؟ راهنمایی: از جابه جاگر $[x, e^{ipa/\eta}] = i\eta \frac{\partial(e^{ipa/\eta})}{\partial p}$ استفاده کنید.

۲،۰۰ نمره

۴- با فرض اینکه عملگر $A^{(S)}$ در تصویر شرودینگر وابستگی صریح زمانی نداشته باشد، معادله حرکت هایزنبرگ را به دست آورید.

$$\left(\frac{dA^{(H)}}{dt} = \frac{1}{i\eta} [A^{(H)}, H] \right)$$

۲،۰۰ نمره

۵- یک نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی در یک حالت دلخواه انرژی $|n\rangle$ قرار دارد، مقدار مورد انتظار x^2 و p^2 را حساب کنید. با جایگذاری آنها در مقدار چشمداشتی هامیلتونی H ، رابطه انرژی نوسانگر هماهنگ ساده یک بعدی را به دست آورید. با محاسبه Δp و Δx رابطه عدم قطعیت را به دست آورید. راهنمایی:

$$a|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle, a^+|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \text{ و } p = i\sqrt{\frac{m\omega\eta}{2}}(-a+a^+) \text{ و } x = \sqrt{\frac{\eta}{2m\omega}}(a+a^+)$$

تعداد سوالات: تستی: ۰۰ تشریحی: ۷

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۰۰ تشریحی: ۱۲۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: مکانیک کوانتومی پیشرفته ۱

رشته تحصیلی/گد درس: فیزیک- فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)، فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۳۱۵۵

۲،۰۰ نمره

۶- با استفاده از هامیلتونی $H = -\left(\frac{eB}{mc}\right)S_z = \omega S_z$ معادلات حرکت هایزنبرگ را برای عملگرهای تابع زمان

$S_x(t)$ ، $S_y(t)$ و $S_z(t)$ بنویسید. آنها را حل کرده و $S_{x,y,z}$ را به صورت تابعی از زمان به دست آورید.

۲،۰۰ نمره

۷- الف) نشان دهید که ضرایب کلبش گوردون فقط برای $m = m_1 + m_2$ غیر صفر هستند، که در آن

$m_1\eta$ ، $m_2\eta$ ، $m\eta$ به ترتیب ویژه مقادیر J_z ، J_{1z} ، J_{2z} هستند.

ب) دو ذره با اندازه حرکت های زاویه ای ۱ و $\frac{1}{2}$ که دارای اندازه حرکت کل \mathbf{j} هستند را در نظر بگیرید،

ضرایب کلبش گوردون را که تمام حالت های $|j_1 = 1, j_2 = 1/2; m_1, m_2\rangle$ را به حالت های

$|j_1, j_2; j, m\rangle$ تبدیل می کنند را بنویسید.