

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۳

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (کاربردی)، فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۳۶ - فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)، فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۳۲۲۸

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- کدام یک از صورت های زیر نمایش اویلر برای تابع گاما $\Gamma(z)$ است؟

۱. $\int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, R(z) > 0$

۲. $\int_0^{\infty} e^{-t} t^{-z-1} dt, R(z) > 0$

۴. هیچکدام

۳. $\int_0^{\infty} e^{+t} t^{-z-1} dt, R(z) > 0$

۲- حاصل عبارت $\Gamma\left(\frac{3}{2}\right)\Gamma\left(-\frac{1}{2}\right)$ برابر است با:

۴. $-\frac{\pi}{2}$

۳. $\frac{\pi}{2}$

۲. $-\pi$

۱. $+\pi$

۳- حاصل انتگرال $\int_0^{\infty} e^{-x^4} dx$ برابر است با:

۴. $\Gamma\left(-\frac{5}{4}\right)$

۳. $\Gamma\left(\frac{5}{4}\right)$

۲. $\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)$

۱. $\Gamma\left(-\frac{1}{4}\right)$

۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. معادله دیفرانسیل فوق هندسی دارای تکینگی های نامنظم در نقاط صفر و یک و بینهایت است.
۲. معادله دیفرانسیل فوق هندسی دارای یک تکینگی منظم در نقطه صفر و دو تکینگی نامنظم در نقاط یک و بینهایت است.
۳. معادله دیفرانسیل فوق هندسی دارای یک تکینگی منظم در نقطه صفر و یک تکینگی نامنظم در نقطه بینهایت است.
۴. معادله دیفرانسیل فوق هندسی دارای تکینگی های منظم در نقاط صفر و یک و بینهایت است.

۵- حاصل عبارت $\Gamma(z+1)\Gamma\left(z+\frac{1}{2}\right)$ برابر است با:

۲. $\pi^{-\frac{1}{2}} \Gamma(\nu z - 1)$

۱. $\pi^{-\frac{1}{2}} \Gamma(\nu z)$

۴. $\pi^{\frac{1}{2}} \Gamma(\nu z - 1)$

۳. $\pi^{-\frac{1}{2}} \Gamma(\nu z + 1)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۳

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (کاربردی)، فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۱۳۰۳۶ - فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)، فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۱۳۲۲۸

۶- کدام از اتحادهای زیر در باره تابع بتا $B(a, b)$ درست می باشد؟

$$B(a, b) = B(a, b+1) + B(a+1, b) \quad .1$$

$$B(a, b) = \frac{a+b}{b} B(a, b+1) \quad .2$$

.۴ هر دو مورد ۱ و ۲

$$B(a, b) = B(a, b+1) - B(a+1, b) \quad .3$$

۷- نمایش انتگرالی تابع بسل $J_0(x)$ برابر است با:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \sin \theta} d\theta \quad .2$$

.۴ هر دو مورد ۲ و ۳ درست می باشند

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \theta} d\theta \quad .1$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ix \cos \theta} d\theta \quad .3$$

۸- برای تابع بسل $J_n(x)$ ($n =$ عدد صحیح) داریم:

$$J_{-n}(x) = (-1)^n J_n(x) \quad .2$$

.۴ هر دو مورد ۲ و ۳ صحیح می باشند

$$J_{-n}(x) = (-1)^{\frac{n}{2}} J_n(x) \quad .1$$

$$J_{n-1}(x) + J_{n+1}(x) = \frac{2n}{x} J_n(x) \quad .3$$

۹- حاصل انتگرال $\int_0^{\alpha_1} J_1(\alpha_1 x) J_1(\alpha_1 x) x dx$ برابر است با:

$$\frac{1}{2} \quad .4$$

$$1 \quad .3$$

$$\text{صفر} \quad .2$$

$$1 \quad .1$$

۱۰- فرمول رونسکین برای جواب های معادله بسل به کدام یک از صورت های زیر می تواند باشد؟

$$J_\nu(x) N'_\nu(x) + J'_\nu(x) N_\nu(x) = \frac{\nu}{\pi x} \quad .2$$

$$J_\nu(x) N'_\nu(x) - J'_\nu(x) N_\nu(x) = \frac{\nu}{\pi x} \quad .1$$

$$J_\nu(x) N'_\nu(x) + J''_\nu(x) N_\nu(x) = \frac{\nu x}{\pi} \quad .4$$

$$J_\nu(x) N'_\nu(x) + J'_\nu(x) N_\nu(x) = \frac{\nu x}{\pi} \quad .3$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۳

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (کاربردی)، فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۳۰۳۶ - فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)، فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۳۲۲۸

۱۱- کدام رابطه بین توابع بسل $J_\nu(x)$, $I_\nu(x)$ درست می باشد؟

۱. $J_\nu(x) = i^\nu I_\nu(ix)$ ۲. $J_\nu(x) = i^{-\nu} I_\nu(-ix)$

۴. هیچکدام

۳. $J_\nu(x) = i^\nu I_\nu(-ix)$

۱۲- مقدار چند جمله ای لژاندر $P_n(-1)$ عبارت است از:

۱. صفر ۲. برای هر n داده شده برابر با $+1$ می باشد

۳. هیچکدام ۴. $(-1)^n$

۱۳- کدام یک از نامساوی های زیر همواره درست است؟

۱. $P_n(\sin \theta) \leq 0$ ۲. $P_n(\sin \theta) \geq 1$ ۳. $P_n(\cos \theta) \leq 1$ ۴. هیچکدام

۱۴- به ازای هر n دلخواه مقدار مشتق $P_n(x)$ به ازای $x=1$ چقدر خواهد بود؟

۱. صفر ۲. $\frac{n(n+1)}{2}$ ۳. $\frac{n(n-1)}{2}$ ۴. $\frac{(n+1)(n-1)}{2}$

۱۵- نمایش انتگرال اشلافی چند جمله ایهای لژاندر $P_n(z)$ به کدام یک از صورت های زیر می باشد؟

۱. $\frac{t^{-n}}{2\pi i} \oint_{C(z)} \frac{(t^2-1)^n}{(t-z)^{n+1}} dt$ ۲. $\frac{1}{2\pi i} \oint_{C(z)} \frac{(1+t^2)^n}{(t+z)^{n+1}} dt$

۴. هیچکدام

۳. $\frac{1}{2\pi i} \oint_{C(z)} \frac{(1+t^2)^n}{(t-z)^{n+1}} dt$

۱۶- مقدار عددی $P_n^m(\pm 1)$ به ازای $m \neq 0$ برابر است با:

۱. 1 ۲. -1 ۳. صفر ۴. $n-m$

۱۷- فرم رودریگز چند جمله ای های هرمیت $H_n(x)$ به کدام یک از صورت های زیر می تواند باشد؟

۱. $(2 + \frac{d}{dx})^n$ ۲. $(2x - \frac{d}{dx})^n$ ۳. $(2 - \frac{d}{dx})^n$ ۴. $(2x + \frac{d}{dx})^n$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ریاضی فیزیک ۳

رشته تحصیلی/کد درس: فیزیک (کاربردی)، فیزیک (هسته ای)، فیزیک (اتمی و مولکولی)، فیزیک (حالت جامد) ۱۱۱۳۰۳۶ - فیزیک (زمینه حالت جامد)، فیزیک (زمینه ذرات بنیادی)، فیزیک (زمینه گرانش و فیزیک نجومی)، فیزیک (زمینه هسته ای)، فیزیک (زمینه اتمی و مولکولی)، فیزیک (زمینه فیزیک بنیادی) ۱۱۱۳۲۲۸

۱۸- تبدیل ملین تابع $\sin kx$ برابر است با:

$$\begin{aligned} & \text{۱. } k^{-\alpha} \Gamma(\alpha) \cos \frac{\pi\alpha}{2}, \quad 0 < \alpha < 1 \\ & \text{۲. } k^{-\alpha} \Gamma(\alpha) \sin \frac{\pi\alpha}{2}, \quad -1 < \alpha < 1 \\ & \text{۳. } k^{-\alpha} \Gamma(\alpha - 1) \cos \frac{\pi\alpha}{2}, \quad 0 < \alpha < 1 \\ & \text{۴. } k^{-\alpha} \Gamma(\alpha + 1) \cos \frac{\pi\alpha}{2}, \quad 0 < \alpha < 1 \end{aligned}$$

۱۹- تبدیل لاپلاس تابع $f(t) = t$ کدام است؟

$$\begin{aligned} & \text{۱. } \alpha \\ & \text{۲. } \text{صفر} \\ & \text{۳. } \frac{1}{\alpha} \\ & \text{۴. } -\frac{1}{\alpha} \end{aligned}$$

۲۰- تبدیل ملین تابع $f(t) = e^{-t}$ برابر است با:

$$\begin{aligned} & \text{۱. } \Gamma(\alpha), R(\alpha) \text{ صفر} \\ & \text{۲. } \Gamma(\alpha), R(\alpha) \\ & \text{۳. } \Gamma(\alpha), R(\alpha) \\ & \text{۴. } \text{هیچکدام} \end{aligned}$$

سوالات تشریحی

۱- نشان دهید رابطه نامساوی $|\Gamma(x+1)| \leq |\Gamma(x+iy+1)|$ به ازای متغیرهای حقیقی x و y برقرار است. ۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید تابع بسل $J_{-n}(x)$ را می توان بصورت $(-1)^n J_n(x)$ نوشت (راهنمایی: شکل سری تابع ۱.۴۰ نمره

$$J_n(x) = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{\Gamma(s+1)\Gamma(n+s+1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{n+2s}$$

۳- تابع $f(r)$ دارای تبدیل نمایی فوریه به شکل $\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} k^2}$ است تابع $f(r)$ را به دست آورید. ۲.۸۰ نمره

۴- ثابت کنید چند جمله ای های هرمیت در رابطه بازگشتی زیر صدق می کنند: ۱.۴۰ نمره

$$H_{n+1}(x) = 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x)$$