

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: ترکیبات و کاربردها

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۲

۱- به ازای الفبای  $\Sigma$  و دو زبان  $A, B \in \Sigma^*$  کدام گزاره درست است؟

۰.۱  $|AB| = |A||B|$       ۰.۲  $AB = BA$

۰.۳  $|AB| \leq |A||B|$       ۰.۴  $|AB| \geq |A||B|$

۲- به ازای الفبای  $\Sigma$  و دو زبان  $A, B \subseteq \Sigma^*$  کدام گزاره درست است؟

۰.۱  $A = AB^*$       ۰.۲  $(A \cup B)^* = AB^*$

۰.۳  $(A \cup B)^* = (A^* B^*)^*$       ۰.۴  $A \subseteq B \Rightarrow B^* \subseteq A^*$

۳- رابطه عادی کردن روی مجموعه اعداد صحیح دارای کدام خاصیت است؟

- ۰.۱ پادمتقارن      ۰.۲ تقارن      ۰.۳ ضدبازتابی      ۰.۴ تراپایی (تعدی)

۴- کدام گزاره در مورد رابطه بخش پذیری روی مجموعه اعداد طبیعی درست است؟

- ۰.۱ یک رابطه هم ارزی است.  
۰.۲ یک رابطه ترتیب تام (کامل) است.  
۰.۳ یک رابطه ترتیب جزئی است.  
۰.۴ فقط دارای خاصیت بازتابی است.

۵- فرض کنید  $M$  ماتریس رابطه  $R$  روی مجموعه  $A$  باشد. کدام گزاره زیر صحیح است؟

۰.۱  $R$  بازتابی است اگر و فقط اگر  $M = M^I$  (  $I$  ماتریس همانی است).

۰.۲  $R$  پادمتقارن است اگر و فقط اگر  $M \cap M^t \leq I$

۰.۳  $R$  پادمتقارن است اگر و فقط اگر  $M \cap M^t = I$

۰.۴  $R$  تراپایی (تعدی) است اگر و فقط اگر  $M^2 = M$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

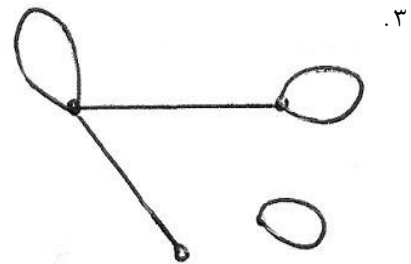
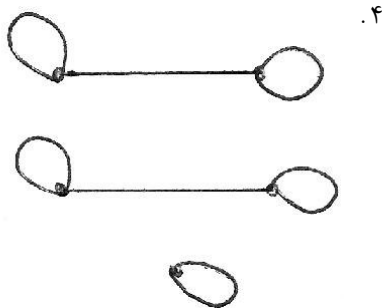
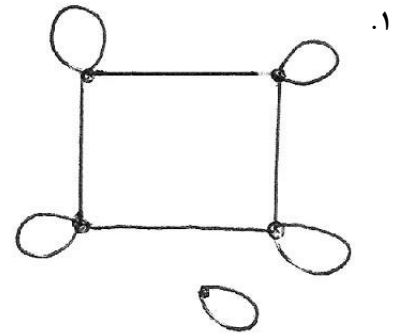
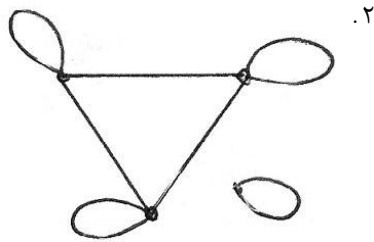
سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ترکیبات و کاربردها

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۲

۶- رابطه  $R = \{(1,1), (1,2), (2,2), (3,3), (2,1), (3,4), (4,4), (4,3), (5,5)\}$  روی مجموعه

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  مفروض است. گراف رابطه  $R$  کدام شکل زیر است؟



۷- رابطه  $R$  ماتریس صفر و یک

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

کدام گزاره زیر است؟

۱.  $R = \{(a,a), (a,b), (a,c), (a,d), (b,b), (b,a), (c,a), (c,b), (d,a), (e,c), (e,d)\}$

۲.  $R = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,a), (b,c), (c,a), (c,b), (c,e), (d,a), (d,e), (e,c), (e,d)\}$

۳.  $R = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,a), (b,b), (b,c), (c,a), (c,b), (c,c), (d,a), (d,e)\}$

۴.  $R = \{(a,b), (a,c), (a,d), (b,b), (b,a), (c,a), (c,b), (d,a), (d,e), (e,c), (e,d)\}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ترکیبات و کاربردها

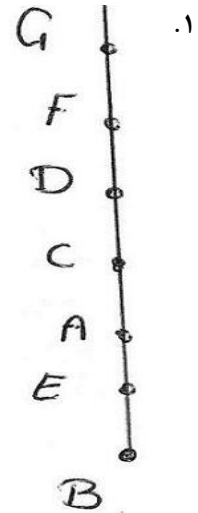
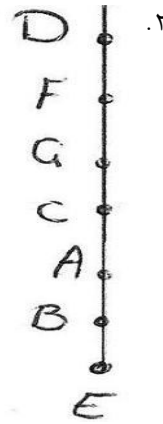
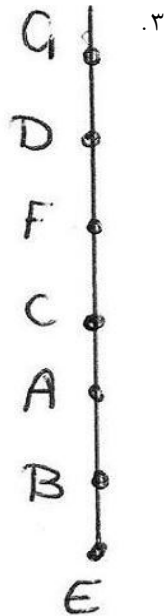
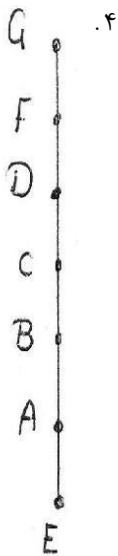
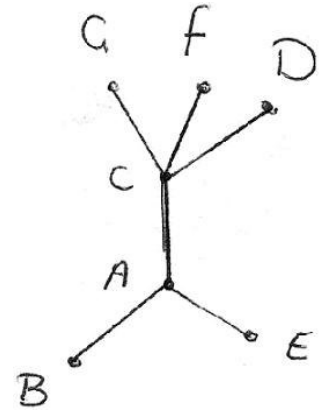
رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۲

۸- فرض کنید  $|A| = 7$  و  $|B| = 4$  باشد، در این صورت چند تابع پوشا می توان از  $A$  به  $B$  تعریف کرد؟

۱.  $4^7$       ۲.  $4^7 - 4 \times 3^7 + 6 \times 2^7 - 4$

۳.  $4^7 - 4 \times 3^7 + 4 \times 2^7 - 4$       ۴.  $4^7 - 3^7 + 2^7 - 4$

۹- نمودار هاسه زیر مفروض است. کدام گزینه، نمودار ترتیب توپولوژیکی نیست؟



۱۰- مقدار  $\phi(40)$  کدام است؟

۲۰ .۴

۱۶ .۳

۴۰ .۲

۳۹ .۱

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ترکیبات و کاربردها

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۲

۱۱- در یک امتحان ۴ دانشجو شرکت کرده اند. در یک زمان کوتاه مراقب امتحان از جلسه خارج می شود، به چند طریق دانشجویان می توانند ورقه های امتحانی خود را با یکدیگر عوض کنند به طوریکه زمانی که مراقب به جلسه برمی گردد ورقه هیچ دانشجویی دست خودش نباشد.

۹ . ۱      ۸ . ۲      ۲۴ . ۳      ۱۲ . ۴

۱۲- تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 100$  به طوری که  $x_i \geq 0$  باشد برابر است با:

۰.۱  $\binom{103}{100}$       ۰.۲  $\binom{100}{4}$       ۰.۳  $\binom{104}{100}$       ۰.۴  $\binom{100}{90}$

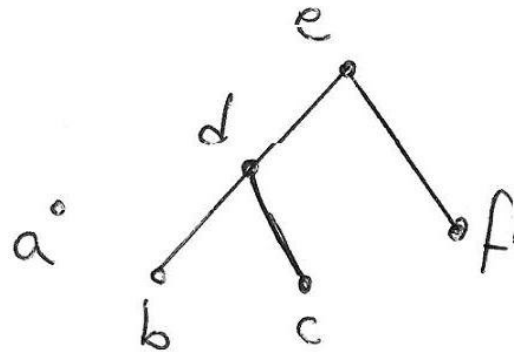
۱۳- ضریب  $x^5$  در بسط  $(1-2x)^{-7}$  کدام است؟

۰.۱  $\binom{7}{5}$       ۰.۲  $32 \binom{7}{5}$       ۰.۳  $\binom{11}{5}$       ۰.۴  $32 \binom{11}{5}$

۱۴- ضریب  $x^{15}$  در بسط  $(x^2 + x^3 + \dots)^4$  کدام است؟

۱۰۰ . ۱      ۱۵۰ . ۲      ۱۲۰ . ۳      ۲۷۲ . ۴

۱۵- در نمودار هاسه زیر، عضو مینیمال و ماکسیمال به ترتیب کدام است؟



۱. عضو a می نیمال و عضو e ماکسیمال است.
۲. عضوهای b,c,f مینیمال و عضو e ماکسیمال است.
۳. عضوهای a,b,c,f مینیمال و عضو e ماکسیمال است.
۴. عضوهای a,b,c,f مینیمال و عضوهای a,e ماکسیمال است.

۱۶- فرض کنید  $a_{n+1} = 5a_n^2$  و  $a_0 = 2$  باشد. در این صورت  $a_{12}$  برابر است با:

۰.۱  $a_{12} = 2 \times 5^6$       ۰.۲  $a_{12} = 5^{12}$       ۰.۳  $a_{12} = 2 \times 5^{12}$       ۰.۴  $a_{12} = 2 \times 5^4$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ترکیبات و کاربردها

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۲

۱۷- به چند طریق میتوان ۲۴ ربات یکسان را در ۴ خط تولید قرار داد به طوری که در هر خط تولید حداقل ۳ ربات قرار گیرد؟

۹۶ .۴

۳۵ .۳

۴۵۵ .۲

۷۲ .۱

۱۸- ضریب  $X^5$  در  $(1-2X)^{-7}$  کدام گزینه است؟

۴ .۴  $\binom{9}{5}(-32)$

۳ .۳  $\binom{9}{5}(22)$

۲ .۲  $\binom{13}{5}(15)$

۱ .۱  $\binom{11}{5}(32)$

۱۹- تابع مولد دنباله  $\{1, 2, 3, \dots\}$  کدام است؟

۴ .۴  $\frac{x}{1+x}$

۳ .۳  $\frac{1}{(1-x)^2}$

۲ .۲  $\frac{1}{1-x}$

۱ .۱  $\frac{x}{1-x}$

۲۰- رابطه بازگشتی برای تعداد دنباله های دودویی به طول  $n$  که دو صفر متوالی ندارند، کدامیک از روابط زیر است؟

۲ .۲  $a_{n-1} = 2a_n$

۱ .۱  $a_n = a_{n-1} + 2$

۴ .۴  $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$

۳ .۳  $a_{n-2} = 2a_n$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- رابطه  $R$  روی مجموعه  $A$  چنین تعریف شده است:

$$(a,b)R(c,d) \Leftrightarrow ad = bc$$

الف) نشان دهید که  $R$  یک رابطه هم ارزی است.

ب) رده هم ارزی  $[(4,8)]$  را بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۲- یک جفت تاس قرمز و سبز داریم. این دو تاس را شش مرتبه متوالی می ریزیم. اگر بدانیم که جفتهای مرتب  $(1,2)$ ،  $(2,1)$ ،  $(2,5)$ ،  $(3,4)$ ،  $(4,1)$ ،  $(4,5)$ ،  $(6,6)$  رخ نداده اند، احتمال اینکه هر شش عدد را روی هر دو

تاس قرمز و سبز به دست آوریم چقدر است؟ (در هر جفت مرتب  $(x, y)$ ،  $x$  عدد روی تاس قرمز و  $y$  عدد روی تاس سبز است)

۱.۴۰ نمره

۳- یک کشتی ۴۸ پرچم ۱۲ تا از هر رنگ، قرمز، سفید، آبی و سیاه دارد. دوازده تا از این پرچمها را بر دیرکی برای دادن علامت به کشتیهای دیگر برافراشته اند. در دادن چند علامت از تعداد زوجی پرچم آبی و تعداد فردی پرچم سیاه می توان استفاده کرد؟

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: ترکیبات و کاربردها

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۴۰۲

۴- رابطه بازگشتی  $a_n - 3a_{n-1} = n$  که در آن  $n \geq 1$  و  $a_0 = 1$  است را با استفاده از تابع مولد حل نمایید. ۱.۴۰ نمره

۵- شخصی S دلار وام گرفته است که باید در T دوره زمانی آن را باز پرداخت کند اگر نرخ سود در هر دوره وام باشد چه مبلغ P (ثابت) در پایان هر دوره باید بپردازد؟ ۱.۴۰ نمره