

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: سریهای زمانی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۷ - آمار ۱۱۱۷۰۳۵ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۸)

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- کدامیک از موارد زیر از اجزاء تشکیل دهنده یک سری زمانی است؟

- ۰۱ درصد متوسط سالانه      ۰۲ درصد روند      ۰۳ متوسط سالانه      ۰۴ روند

۲- یکی از معایب روش میانگین متحرک در محاسبه روند یک سری زمانی این است که:

- ۰۱ فقط تعدادی از مقادیر ابتدای سری زمانی حذف می شوند.  
۰۲ فقط تعدادی از مقادیر انتهای سری زمانی حذف می شوند.  
۰۳ تعدادی از مقادیر ابتدا و انتهای سری زمانی حذف می شوند.  
۰۴ مقادیر محاسبه شده میانگینهای متحرک دقیقاً در مقابل مشاهدات قرار میگیرند.

۳- کدام گزینه در مورد تابع  $T_k$  صحیح است؟

- ۰۱ معین مثبت است.      ۰۲ نیمه معین مثبت است.  
۰۳ همواره مقداری نزولی است.      ۰۴ دارای توزیع تقریبی نرمال است.

۴- کدام گزینه صحیح است؟

- ۰۱ سری زمانی مانای ضعیف است اگر تنها تابع میانگین به زمان بستگی نداشته باشد.  
۰۲ سری زمانی مانای قوی است اگر تنها تابع اتوکواریانس به تاخیر زمانی بستگی داشته باشد.  
۰۳ اگر سری زمانی مانای ضعیف باشد مانای قوی نیز است.  
۰۴ اگر سری زمانی مانای قوی باشد مانای ضعیف نیز است.

۵- فرآیند زیر را در نظر بگیرید:

$$X_t = 0.3X_{t-1} + Z_t$$

- ۰۱ همواره وارون پذیر است اما مانا نیست.      ۰۲ همواره مانا است اما وارون پذیر نیست.  
۰۳ هم مانا و هم وارون پذیر است.      ۰۴ نه مانا و نه وارون پذیر است.

۶- در سوال قبل مقدار تابع خودهمبستگی از مرتبه ۳ چقدر است؟

- ۰۱ ۰/۰۹      ۰۲ ۰/۰۲۷      ۰۳ ۰/۳      ۰۴ ۰/۰۲۷ -

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: سریهای زمانی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۷ - آمار ۱۱۱۷۰۳۵ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۸)

۷- در سری زمانی زیر مقدار واریانس سری وقتی  $\sigma_z^2 = 5$  چقدر است؟

$$X_t = 0.8X_{t-1} + Z_t$$

۰.۹ .۴

۱/۲ .۳

۱۳/۹ .۲

۰/۸ .۱

۸- کدام گزینه شرط مانایی یک فرآیند اتورگرسیو مرتبه یک است؟

۰.۴  $|\rho_1| > 1$

۰.۳  $|\rho_1| < 1$

۰.۲  $|\rho_1| < \frac{1}{\rho}$

۰.۱  $|\rho_1| > \frac{1}{\rho}$

۹- تابع اتوکواریانس مرتبه ۲ سری زیر کدام است؟

$$X_t = Z_t - 0.8Z_{t-1}$$

۰.۴  $-0.8\sigma_z^2$

۰.۳  $1/64\sigma_z^2$

۰.۲  $0.8\sigma_z^2$

۰.۱ صفر

۱۰- در سوال قبل مقدار تابع خودهمبستگی مرتبه ۱ چقدر است؟

۰.۴  $\frac{-0.8}{1/64}$

۰.۳  $\frac{0.8}{1/64}$

۰.۲  $0.64\sigma_z^2$

۰.۱  $-0.8\sigma_z^2$

۱۱- کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. تنها یک فرایند اتورگرسیو دارای وارون را می توان بصورت یک فرایند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.
۲. یک فرایند اتورگرسیومتناهی را می توان بصورت یک فرایند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.
۳. تنها یک فرایند اتورگرسیو مانا را می توان بصورت یک فرایند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.
۴. یک فرایند اتورگرسیو را نمی توان بصورت یک فرایند میانگین متحرک نامتناهی نوشت.

۱۲- کدام مدل یک الگوی اتورگرسیو میانگین متحرک مرتبه (۱و۱) را نشان میدهد؟

۰.۲  $X_t = \alpha_1 X_{t-1} - Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$

۰.۱  $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$

۰.۴  $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t + \beta_1 Z_{t-1}$

۰.۳  $X_t = \alpha_1 X_{t-1} - Z_t + \beta_1 Z_{t-1}$

۱۳- کدام یک از موارد زیر از مراحل الگو سازی یک سری زمانی نیست؟

۰.۲ بررسی درستی تشخیص

۰.۱ شناخت الگو

۰.۴ مولد اتوکواریانس الگو

۰.۳ برآورد پارامترهای الگو

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: سریهای زمانی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۷ - آمار ۱۱۱۷۰۳۵ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۸)

۱۴- تابع چگالی طیفی فرآیند تصادفی محض کدام است:

۱.  $\frac{\sigma_z^2}{2\pi}$       ۲.  $\sigma_z^2$       ۳.  $\frac{\sigma_z^2}{2}$       ۴.  $\frac{\sigma_z^2}{\pi}$

۱۵- معادله مفسر سری زیر کدام است؟

$$X_t = -0.5X_{t-1} - 0.2X_{t-2} + Z_t$$

۱.  $Y_t - 0.5Y_{t-1} + 0.2 = 0$

۲.  $Y_t - 0.5Y_{t-1} - 0.2 = 0$

۳.  $Y_t + 0.5Y_{t-1} + 0.2 = 0$

۴.  $Y_t + 0.5Y_{t-1} - 0.2 = 0$

۱۶- اگر تابع مولد اتوکواریانس بصورت زیر باشد، کدام گزینه زیر صحیح است؟

$$\Gamma(B) = \sigma_z^2 (1 + \alpha^2) + \alpha \sigma_z^2 B^{-1} + \alpha \sigma_z^2 B$$

۱.  $\gamma(1) = \sigma_z^2 (1 - \alpha^2), \gamma(0) = \sigma_z^2 \alpha$

۲.  $\gamma(0) = \sigma_z^2 (1 + \alpha^2), \gamma(1) = \sigma_z^2 \alpha$

۳.  $\gamma(0) = \sigma_z^2 (1 - \alpha^2), \gamma(1) = \sigma_z^2 \alpha$

۴.  $\gamma(1) = \sigma_z^2 (1 + \alpha^2), \gamma(0) = \sigma_z^2 \alpha$

۱۷- کدام یک از تبدیلات زیر برای داشتن واریانس ثابت اعمال می شود اگر:

$$\text{Var}(X_t) = C\mu_t$$

۱.  $T(\mu_t) = \frac{1}{\mu_t}$

۲.  $T(\mu_t) = \frac{-1}{\mu_t}$

۳.  $T(\mu_t) = 2\sqrt{\mu_t}$

۴.  $T(\mu_t) = \frac{-1}{\sqrt{\mu_t}}$

۱۸- کدام گزینه در مورد تابع توزیع طیفی صحیح است؟

۱. در بازه  $(0, \pi)$  یکنوای کاهشی است.

۲. از دو تابع پیوسته نزولی و پله ای نزولی تشکیل شده است.

۳. از دو تابع پیوسته نانزولی و پله ای نانزولی تشکیل شده است.

۴. از دو تابع پیوسته نزولی و پله ای نانزولی تشکیل شده است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: سریهای زمانی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۱۰۷۷ - آمار ۱۱۱۷۰۳۵ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۸۸)

۱۹- کدام گزینه برای تابع اتوکواریانس سری زیر صحیح است؟

$$X_t = \alpha_1 X_{t-1} + Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$$

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .2$$

$$\gamma_0 = \frac{(1 + \beta_1^2 + 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .1$$

$$\gamma_1 = \frac{(1 + \beta_1^2 - 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .4$$

$$\gamma_1 = \frac{(1 + \beta_1^2 + 2\alpha_1\beta_1)}{(1 - \alpha_1^2)} \sigma_1^2 \quad .3$$

۲۰- واریانس فرایند میانگین متحرک مرتبه یک بصورت زیر کدام است؟

$$X_t = Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$$

$$-\sigma_z^2 \beta_1^2 \quad .4$$

$$\sigma_z^2 \beta_1^2 \quad .3$$

$$\sigma_z^2 (1 + \beta_1^2) \quad .2$$

$$\sigma_z^2 (1 - \beta_1^2) \quad .1$$

۲۱- در سوال ۲۰ (سوال قبل) خود همبستگی مرتبه ۱ باید در چه شرطی صدق کند؟

$$-\frac{1}{\beta} < r_1 < \frac{1}{\beta} \quad .4$$

$$0 < r_1 < \frac{1}{\beta} \quad .3$$

$$-1 < r_1 < 1 \quad .2$$

$$0 < r_1 < 1 \quad .1$$

۲۲- برای الگوی زیر کدام گزینه صحیح است؟

$$X_T = \alpha X_{t-1} + Z_t - \theta Z_{t-1}$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t + \theta_0 - \theta Z_t \quad .2$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t - \theta_0 - \theta Z_t \quad .1$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t + \theta_0 + \theta Z_t \quad .4$$

$$\hat{X}_t(1) = \alpha X_t - \theta_0 + \theta Z_t \quad .3$$

۲۳- رابطه زیر الگوی چه فرآیندی است؟

$$(1-B)X_t = (1-\theta B)Z_t$$

$$AR(1) \quad .4$$

$$ARI(0,1) \quad .3$$

$$IMA(1,1) \quad .2$$

$$IMA(0,1) \quad .1$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: سریهای زمانی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۰۷۷ - آمار ۱۱۱۷۰۳۵ - آمار و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۸)

۲۴- کدامیک از روابط زیر در مورد تابع چگالی طیفی صحیح است:

$$f(\omega) = \Gamma(e^{-i\omega}) \quad .۲$$

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{ik\omega} \quad .۱$$

$$f(\omega) = \frac{1}{\pi} \Gamma(e^{-i\omega}) \quad .۴$$

$$f(\omega) = \sum_{-\infty}^{\infty} \gamma(k) e^{ik\omega} \quad .۳$$

۲۵- در یک فرآیند میانگین متحرک مرتبه ۱، برآورد پارامتر کدام گزینه است؟

$$X_t = Z_t - \beta_1 Z_{t-1}$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۴$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 + 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۳$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{1 - 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۲$$

$$\frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4\beta_1^2}}{2\beta_1} \quad .۱$$

### سوالات تشریحی

۱- فرض کنید  $X, Y$  دو متغیر تصادفی هستند که:

$$\rho = \frac{1}{2} \quad \sigma_x^2 = 9 \quad \sigma_y^2 = 4 \quad \mu_x = \mu_y = 0$$

مطلوبست محاسبه  $\text{cov}(X + Y, X)$

۱.۴۰ نمره

۲- در فرآیند زیر توابع اتوکواریانس و خودهمبستگی را بیابید و همبستگی نگار را رسم کنید.

$$X_t = \frac{1}{2} X_{t-1} + \frac{1}{2} X_{t-2} + Z_t$$

۱.۴۰ نمره

۳- دو الگوی زیر را در نظر بگیرید:

$$X_t = X_{t-1} + Z_t - \frac{1}{2} Z_{t-1}$$

$$X_t = \frac{1}{9} X_{t-1} + \frac{1}{9} X_{t-2} + Z_t$$

۱.۴۰ نمره

الف) هریک را بصورت الگوی ARIMA بنویسید.

ب) وجوه اختلاف دو الگو چیست؟

۱.۴۰ نمره

۴- طیف فرآیند اتورگرسیو مرتبه اول را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۵- در مسئله قبل (مسئله ۴) تابع مولد اتوکواریانس را بیابید.